**進階電磁學**

**課程筆記**

**第16講、**

**Chapter 21. Solutions of Maxwell's Equations with Currents and Charges**

授課教師：台灣大學物理系　易富國教授  
筆記編寫：台灣大學物理系　曾芝寅助理  
編者信箱：[r01222076@ntu.edu.tw](mailto:r01222076@ntu.edu.tw)  
上課學期：100學年度第一學期

[描述: 創用 CC 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)  
本著作係採用[創用 CC 姓名標示-非商業性-相同方式分享 3.0 台灣 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)授權.

**教科書**

**Feynman Lecture on Physics, Vol. 2**

**Chapter 21. Solutions of Maxwell's Eqns with Currents and Charges**

21-1 Light and electromagnetic waves

21-2 Spherical waves from a point source

21-3 The general solution of Maxwell’s equations

21-4 The fields of an isolating dipole

21-5 The potentials of a moving charge; the general solution of Liénard and Wiechert

21-6 The potentials for a charge moving with constant velocity; the Lorentz formula

**Solutions of Maxwell’s Equations**

遲滯時間 (Retarded time) ，電荷的訊息以光速傳遞。

向量 代表從在時間 的電荷，到在時間 的觀察者的位置(方向)。

單一電荷 所產生的電場 ─ Heaviside-Feynman Formula

第一項類似一庫倫場，差別在於**時間點取自遲滯時間**；

第二項為等速電荷而有補償時間遲滯效應造成的電場；

第三項為電荷具有**加速度**所造成的電場，電磁輻射 (電磁波) 的來源。

注意：

等價的公式，(過於複雜，在此不作證明)：

第一項為電荷作**等速直線運動**造成的電場；

第二項為電荷具有**加速度**所造成的電場，電磁輻射 (電磁波) 的來源。

值得注意：電場第二項正比於 ，傳遞的較電場第一項遠。

達蘭貝爾方程式 (d'Alembert’s equation)，推導請見15-3講。

稱作達蘭貝爾算符 (d'Alembert operator)，

是在羅倫茲變換下不變的 (Lorentz invariant) 算符。

達蘭貝爾方程式已經可看出相對論的端倪，也可寫作：

電磁場源 形成4-向量，四維時空下的向量。

電磁位勢 也形成4-向量。

**Spherical wave from a point source**

是點波源，假設離原點不遠，隨時間變化，中心球型旋轉對稱。

座標轉換：，

同理，，

全部加起來，

也可寫成

球型波的波動方程式，在遠離波源處，可寫成**一維的**波動方程式：

波反應前時刻的波源變化，

值得注意：

在波源附近，

， 反應波源的強度。

波源是原點附近所有點源密度的總和。

，如同Poison equation的解。

比較之下，得

在遠離波源處，

選擇滿足Lorenz gauge 的條件下，

接著解達蘭貝爾方程式 (d’Alembert’s equation)，

一般性的解可寫作：

其中1, 2代表空間點， ,

意義上是場源 , 在較早時刻 經過 的幅度弱化的總和。

光錐 (light cone)，任何光錐面上的點，都是時空點2代表的範圍。

**The potentials of a moving charge; the general solution of Liénard and Wiechert**

只有一個電荷的例子：

觀察座標 ,

電荷軌跡

,

，**這個是不對的！**

，如此才對。其中 代表電荷的運動速度。

觀察：

由 這個因子，可見當電荷運動方向朝向觀察者時 ，位勢(和場)的效力增加；遠離時 ，減小。垂直時 ，不變。

由一例子說明：假設有一帶電方塊，邊長為 ，切成 塊，

令 , ,

有效力的作用時間為 ，

有效力的作用長度為

得 。

若 ，利用方向投影，便得到 的比例關係。

再者，電流密度 ，

向量勢：

**結論：**

在位置 作任何運動 的電荷 ，

選擇滿足Lorenz gauge ，

在位置 所產生的位勢為 Liénard and Wiechert potential：