**進階電磁學**

**課程筆記**

**第3-2講、**

**Ch2, 3 Vector Calculus (向量微積分) 3**

授課教師：台灣大學物理系　易富國教授  
筆記編寫：台灣大學物理系　曾芝寅助理  
編者信箱：[r01222076@ntu.edu.tw](mailto:r01222076@ntu.edu.tw)  
上課學期：100學年度第一學期

[描述: 創用 CC 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)  
本著作係採用[創用 CC 姓名標示-非商業性-相同方式分享 3.0 台灣 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)授權.

**邊界定理 (續)**

向量函數在正方體上，

得到向量函數 的旋度的散度為零

**小結：兩個恆等式**

對於純量函數 ，

對於向量函數 ，

**旋度定理 (Stokes’ Theorem)**

首先證明高維畢氏定理：畢氏定理的推廣

證明：

得証。

計算向量函數 在三角形 的邊上：

其中

表示三角形 的面積； 表示三角形 的單位法向量。

，

為 的 分量。

假設環面在平面上，利用Green’s 定理 (Green’s Theorem)

證明：

右式第一項

同理，第二項 ，得証。

Green’s定理的應用不限於使用方形切割，積分區域也不限於平面。

前面我們利用三角形的結果，將任意形狀做三角化切割，

將其通量相加，即得到了Stokes’ 定理。

**旋度定理 (Stokes’ Theorem)**

**總結**

梯度 (gradient)

梯度定理 (gradient theorem)

的變化量可以梯度表示， ，

散度 (divergence)

散度定理 (divergence theorem)

，

旋度 (curl)

旋度定理 (Stokes’ theorem)

，

定義Laplacian

其意義為一點上之場的 (周遭等距 中心 的平均值)

The boundary of the boundary is 0

另外，有一常見的公式

注意： 只能在直角坐標能定義。

**Helmholtz 定理**

任一向量場 ，已知其散度 和旋度 ，則

其中

若選擇

驗證：取散度及旋度：

至此，向量微積分告一個段落。