愛因斯坦

1905

愛因斯坦

Albert Einstein (1879-1955)

一百年前　　1905 年

26歲 瑞士專利局 三等技員

還沒有博士學位

太太 Mileva Einstein

兒子1歲多

發表了5篇論文影響了物理與人類歷史的進展

1905

3月	光量子(光電效應)	Nobel Prize 1921
4月	分子的大小	博士論文
5月	布朗運動	Perrin's Nobel Prize 1926
6月	狹義相對論	
9月	$E = mc^2$	

- 1879 - 3月14日出生於Ulm
- ~1884 - 看到羅盤 指針在沒有與外物接觸的情況下竟然會固定地朝向一個方向
- ~1886 - 在慕尼黑上公立小學
- 1888 - 上Gymnasium
- ~1890 - 宗教信念
  後來讀了科普書籍才醒悟過來
  再也不輕易相信各式權威
- ~1891 - 接觸到歐氏平面幾何
- 1894 - 家人搬到義大利
  將他留在德國
  學校老師像軍隊中的班長與排長
- 1895 ~1896 - 上Aarau高中

- 1896 – 進蘇黎士技術學院
- 1900 – diploma
- 1902 – 進伯恩專利局
- 1903 – 結婚
- 1904 – 長子5月出生
- 1905 – 奇蹟年
- 1906 – 升為二等技師
- 1907 – 想到了「這輩子最快樂的點子」
- 1909 – 離開專利局，到蘇黎士技術學院任副教授
- 1911 – 到布拉格德國大學任正教授

- 1912 – 回蘇黎士技術學院任正教授
- 1914 – 至柏林大學任正教授
- 1915 – 完成廣義相對論
- 1922 – 因光電效應獲諾貝爾獎
- 1933 – 離開德國到普林斯頓高等研究所
- 1935 – 與Podolsky及Rosen一起發表著名的EPR論文
- 1939 – 寫信給羅斯福總統，警告原子彈的危險
- 1940 – 成為美國公民

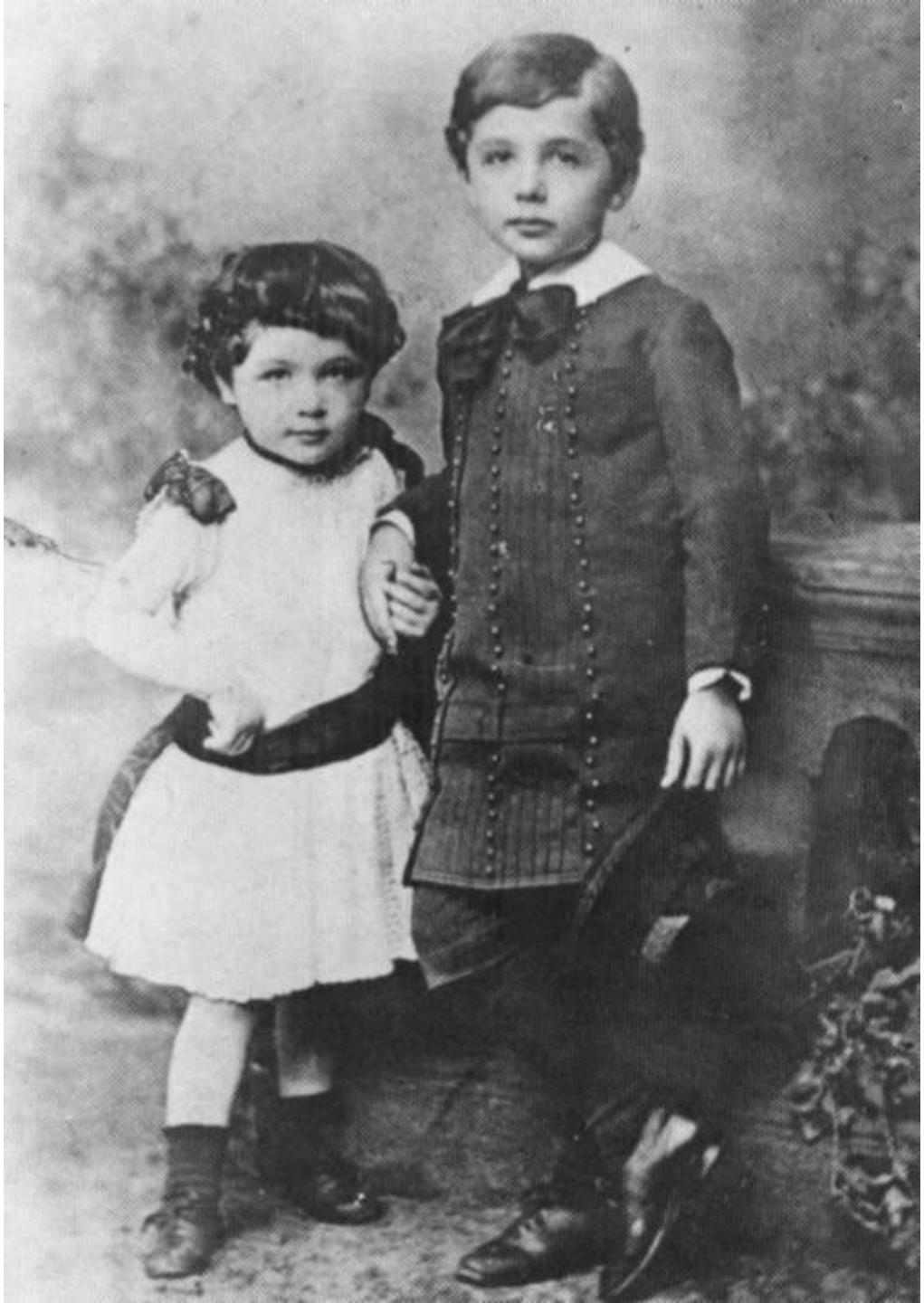
- 1952 – 拒絕接任以色列總統一職
- 1955 – 四月十一日簽署「羅素-愛因斯坦宣言」，呼籲各國放棄核子武器。

四月十八日清晨一點十分過世，
骨灰散在不知名之處

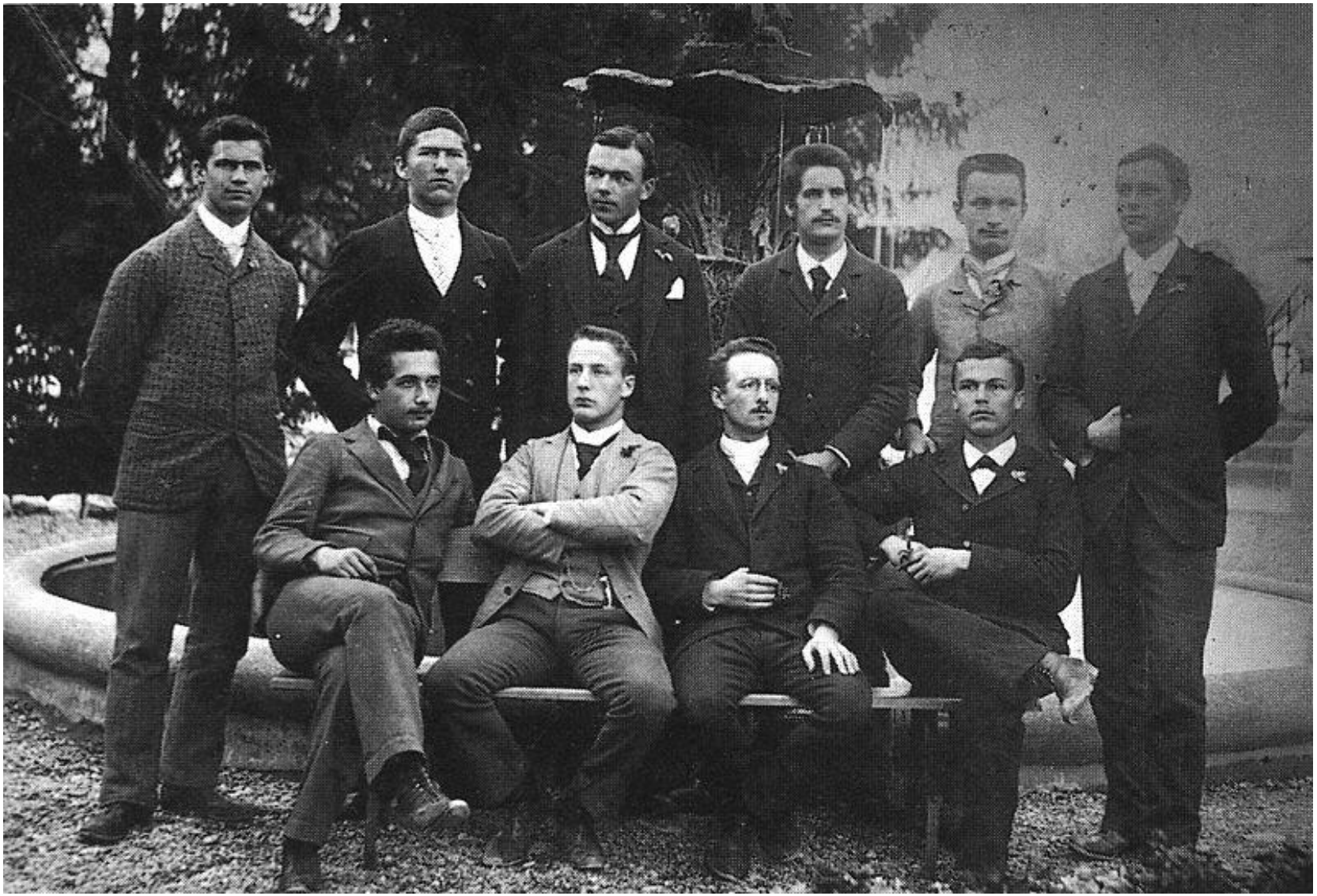
最早照片

5歲









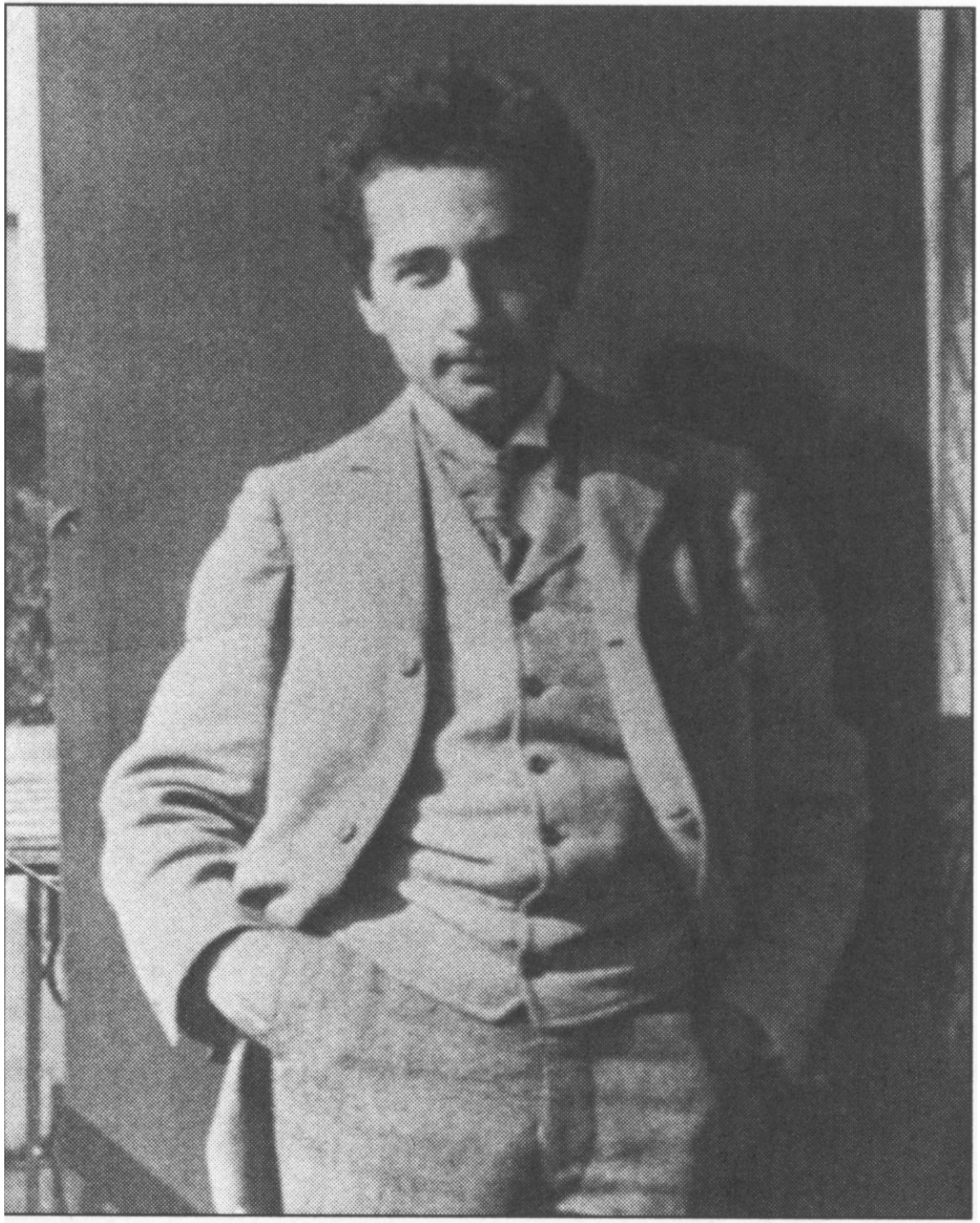
1896　　17歲　　Aarau高中　瑞士

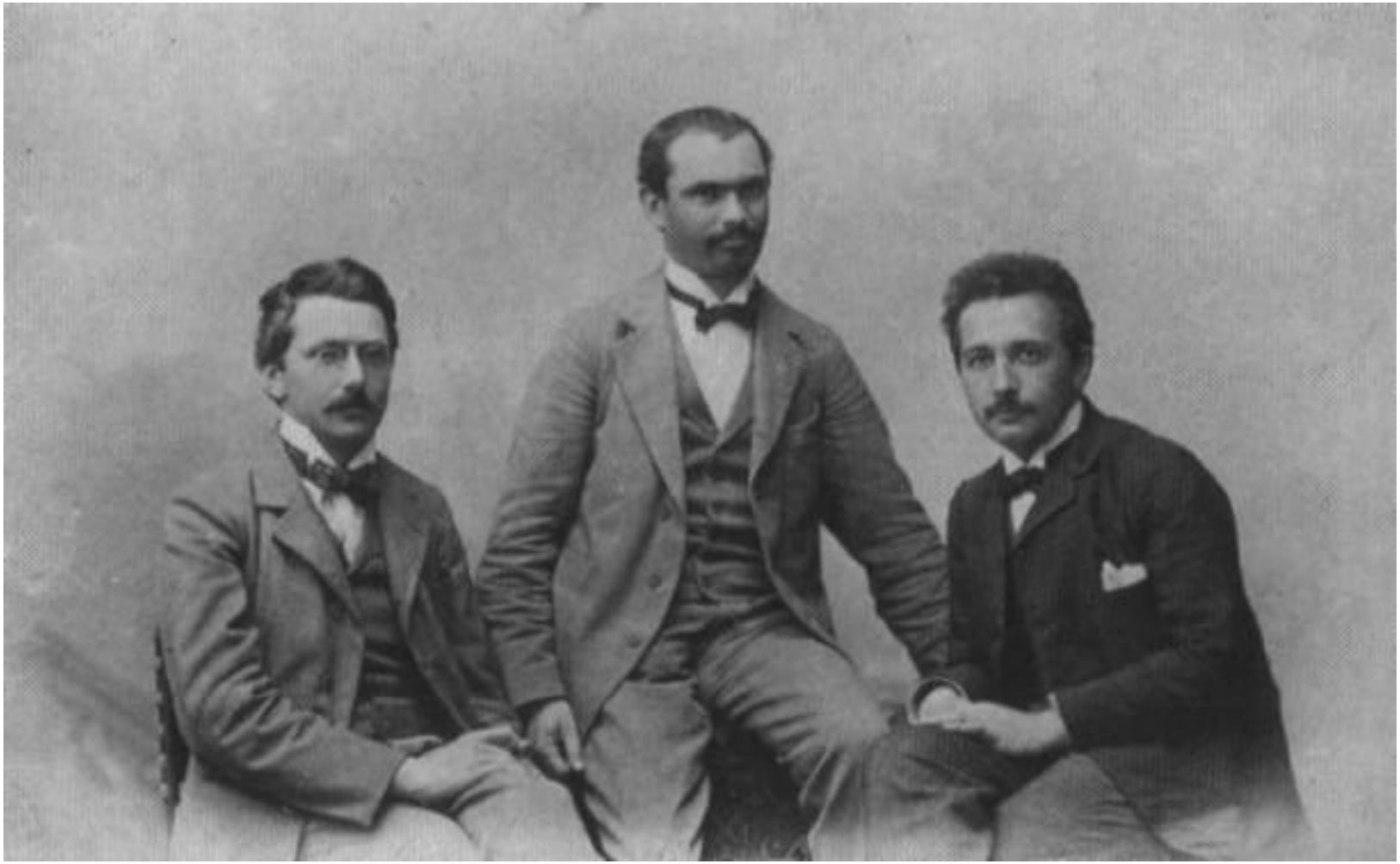


1898

19歲

蘇黎士
技術學院





奧林匹亞學院

Olympia Academy

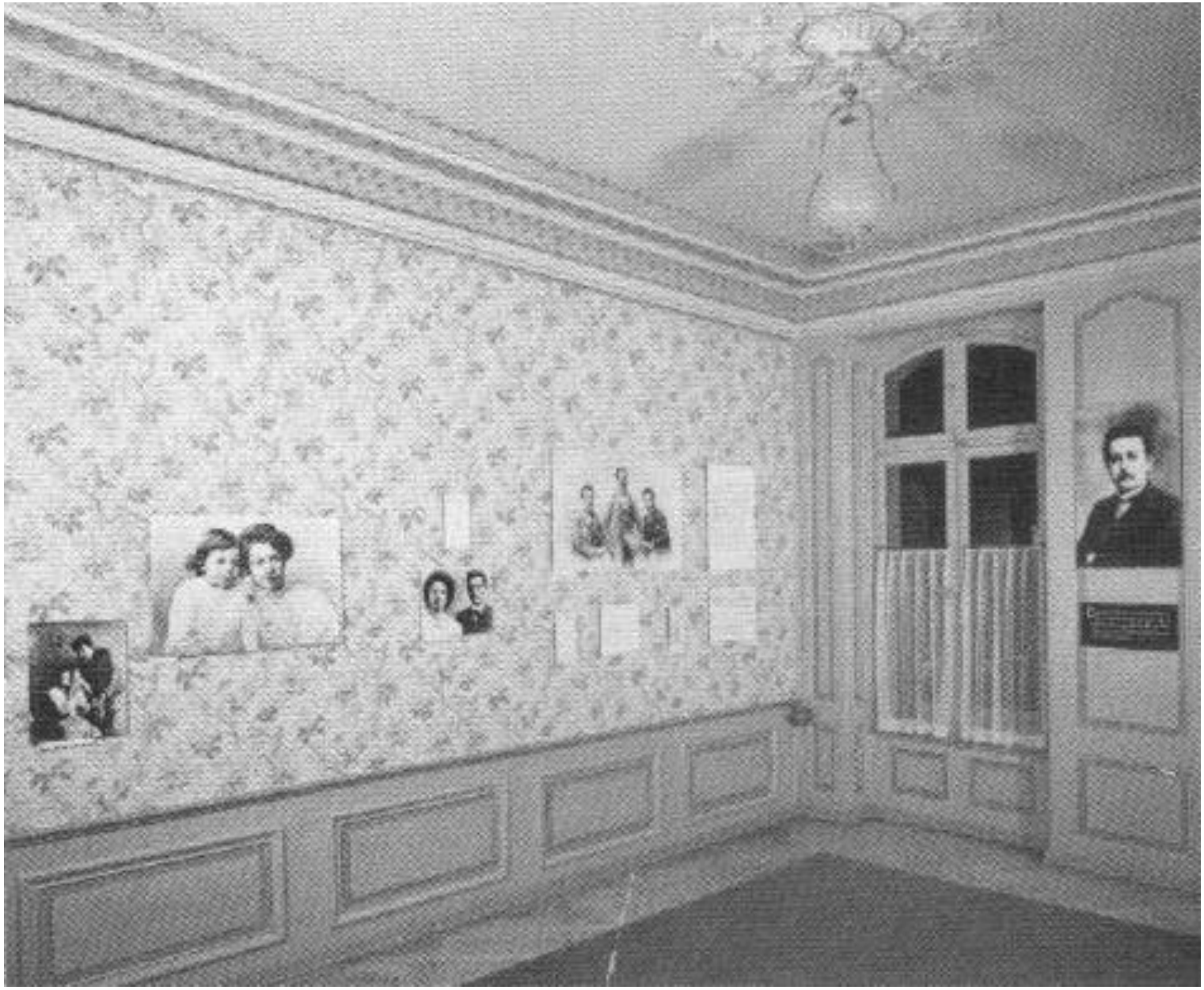


M. Grossmann



結婚照　　1903年1月





伯恩

專利局

1905





Nr. 50 Berliner 25 Pfg.

Illustrirte Zeitung

Verlag Ullstein & Co. Berlin SW 68



Cover of the Berliner Illustrierte Zeitung, *December 14, 1919.*

1931

愛因斯坦夫婦與卓別林

「他們因了解我而歡呼我，但是他們歡呼你卻是因為沒有人瞭解你。」

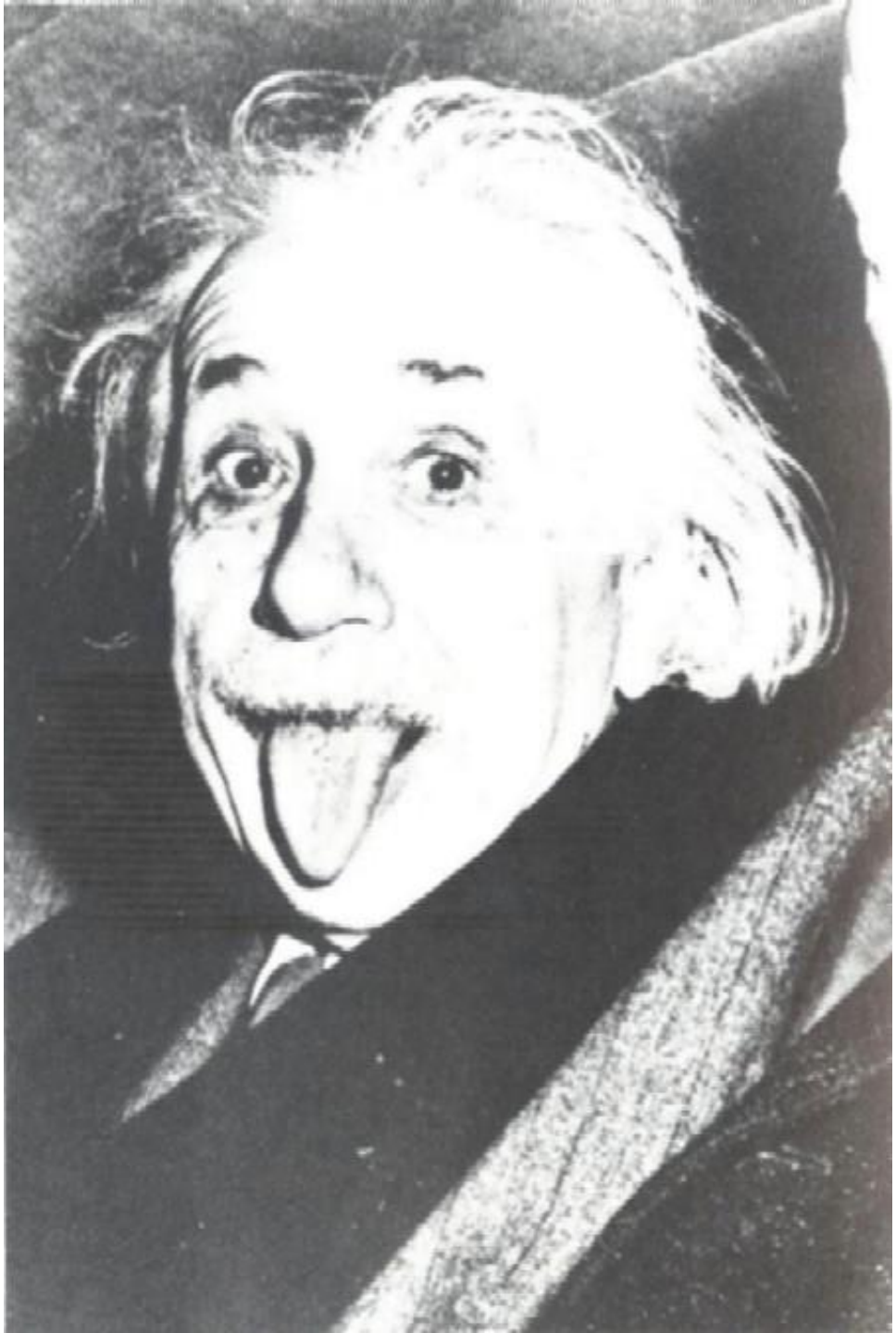


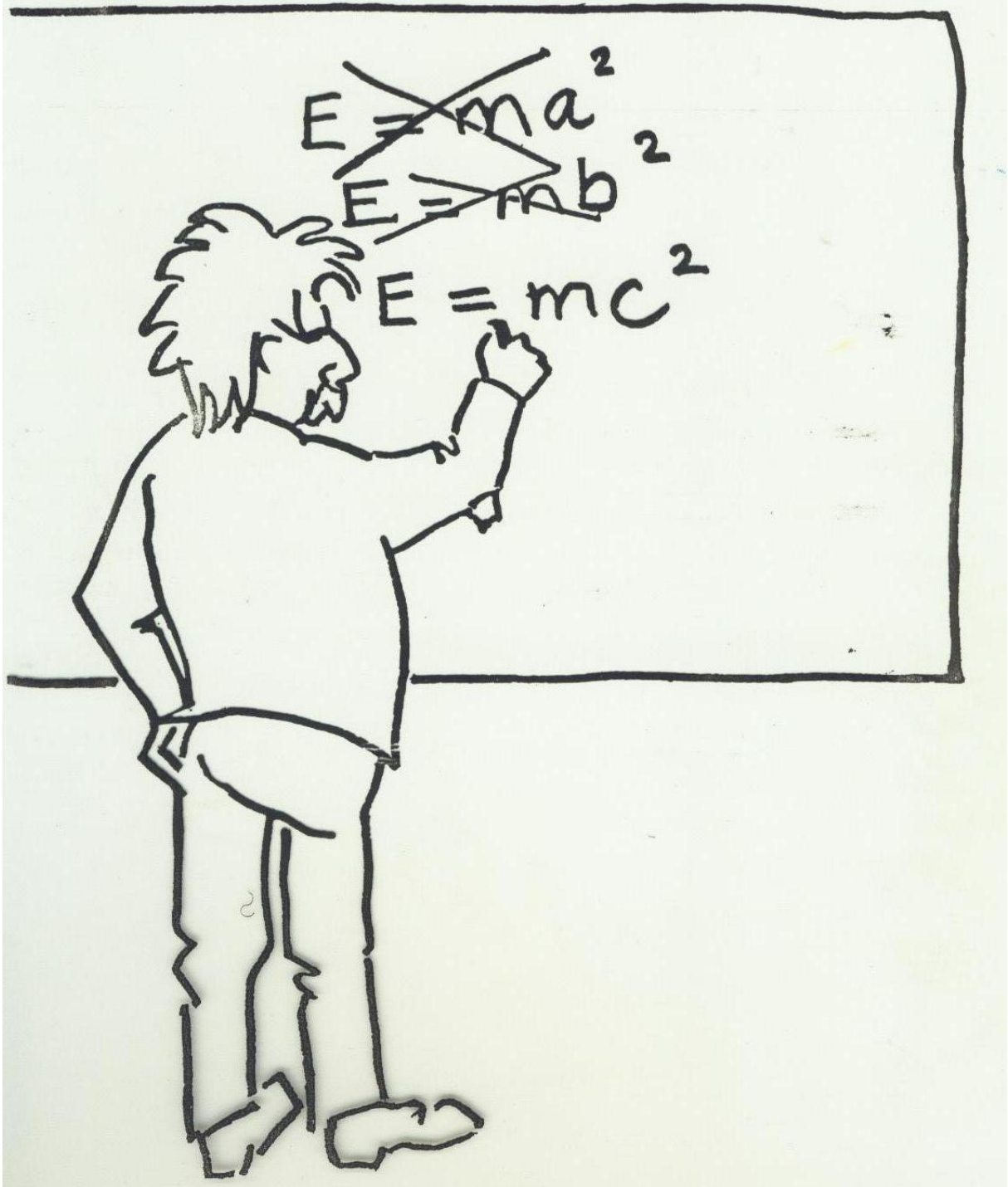
~1952

孤獨在年輕的時候是痛苦的，但在年老的時候卻是甜美的。








E = ma²
E = mb²
E = mc²

愛因斯坦提出**狹義相對論**的動機在於解決一個困惑他近十年的矛盾：

這個矛盾就是**相對性原理**與**馬克斯威爾電磁理論**在表面上似乎是不相容的。



在高速飛行的客機中

(或是在船上，或是在火車上・・・)



就好像在地面上一樣？Yes! 這是大家熟悉的**事實！**

完全一樣？Yes!

為什麼這樣？**沒人知道!**

這件「顯而易見」的事實其實是大自然很奧妙的本性之一。

物理上我們稱無法再往下深究為什麼的**事實**為**原理**。

相對性原理

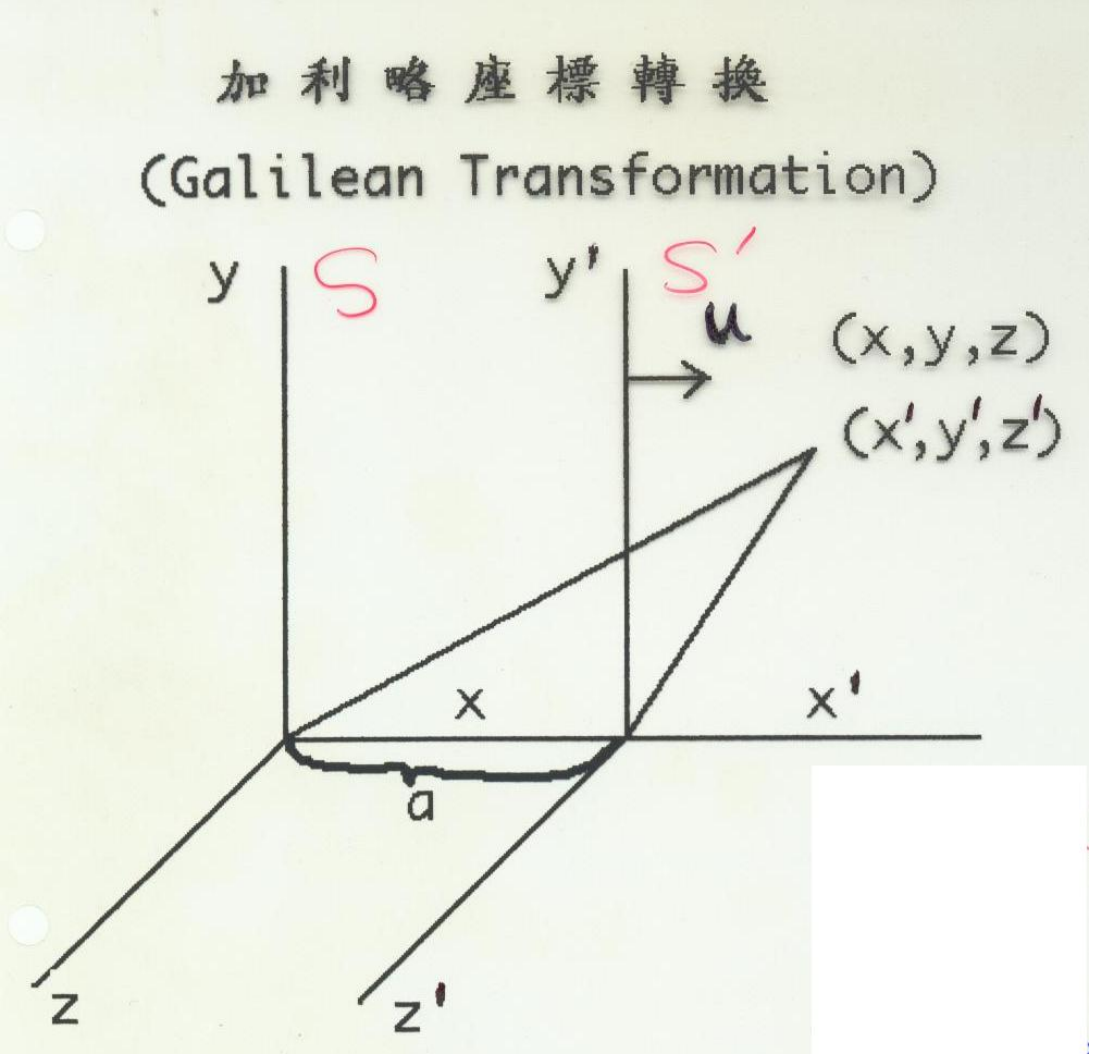
Principle of Relativity

Galileo Galilei (1564-1642) **加利略**

慣性

物理定律對於每一個慣性座標系中的觀察者而言—
無論她是靜止的或是以固定速度前進—
都是一樣的。
→對稱

所有的觀察者都是「**等價**」的
沒有「絕對」運動



$a = u\,t$

$$x' = x - u\,t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

$$t' = t$$

空間座標會依觀測者而異

但是時間卻是**絕對**的(時間不是座標)

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

$$= \frac{\Delta x - u\,\Delta t}{\Delta t}$$

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} - u$$

$\Delta x' = \Delta x - \Delta(ut)$

$\Delta t' = \Delta t$

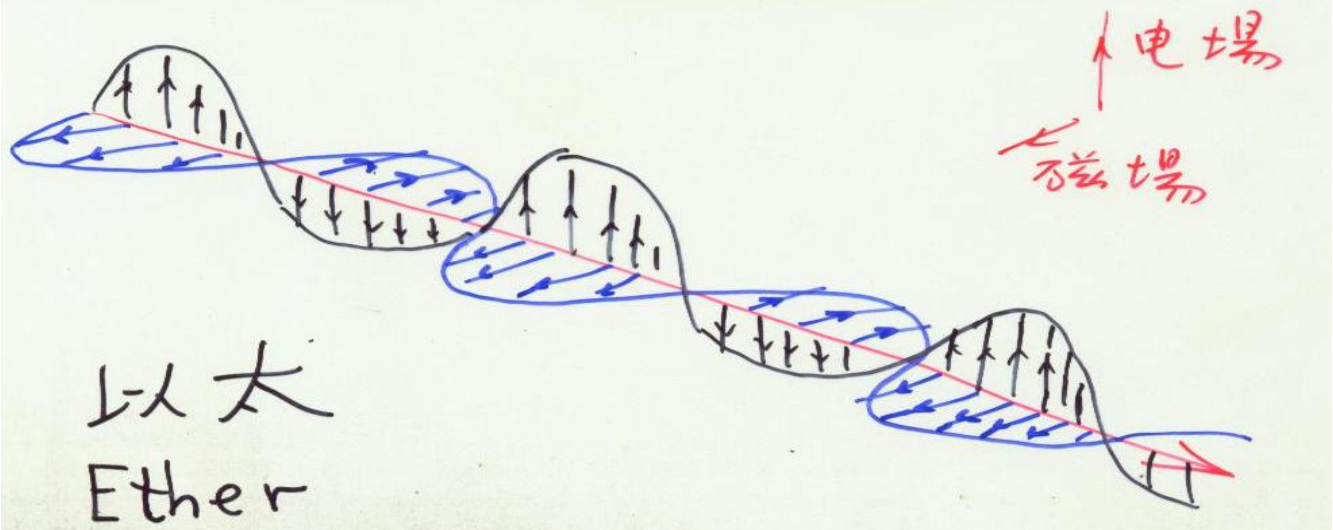
$$\boxed{v' = v - u}$$

$$\boxed{v = v' + u}$$

一切的速度都是相對的

不同的觀測者會測量到不同的速度

馬克斯威爾(J. C. Maxwell, 1831-1879)
在1860年代以四個數學方程式來描述一切電與磁的現象。
他並且將光解釋為電磁波，也就是電場與磁場的振盪。



馬克斯威爾還算出光速 (在以太座標)大約為每秒30萬公里

光速＝ c

馬克斯威爾認為光速只有在以太靜止座標才會等於c。如果我們相對於以太的速度不等於零，則我們所量到的光速就**不會**為c。

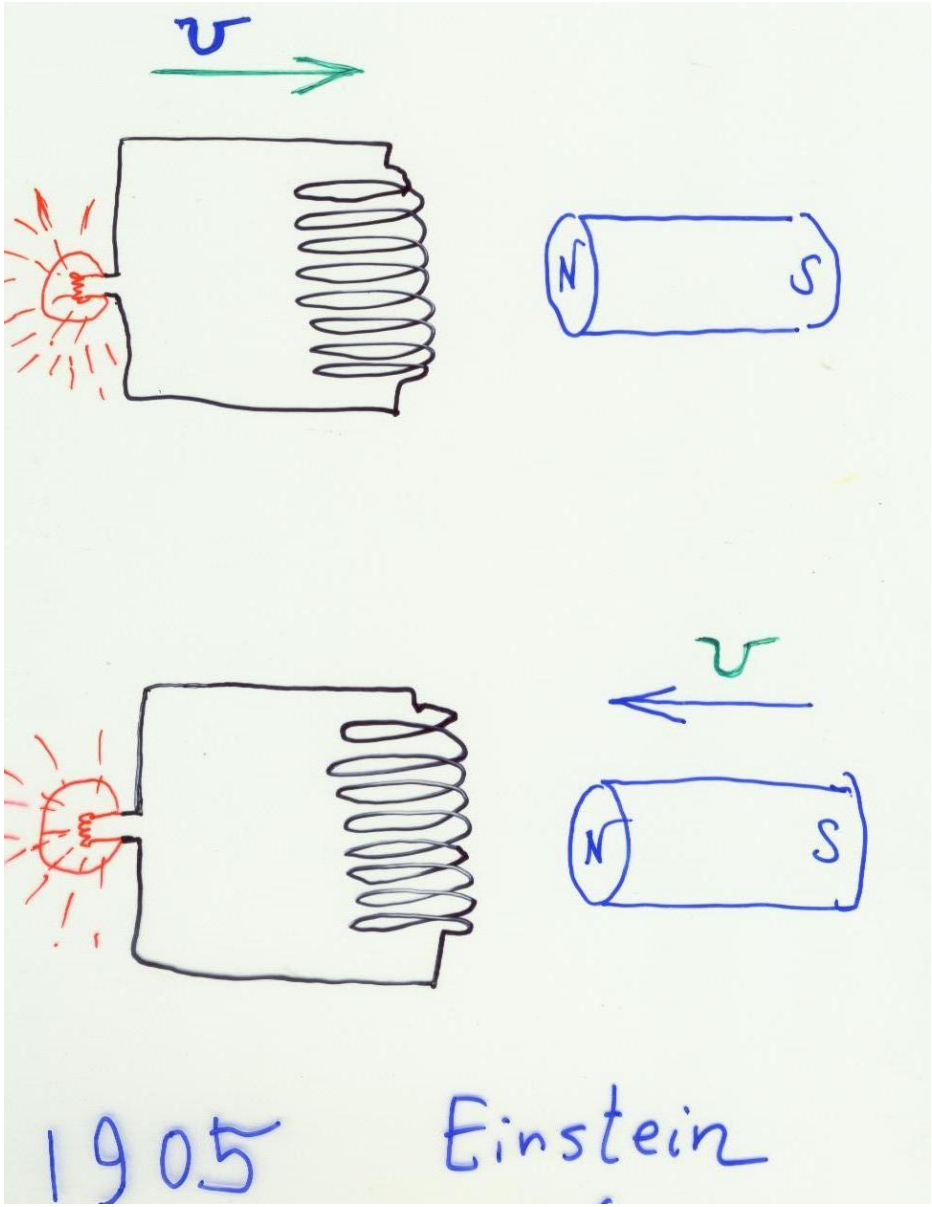
這是很「**合理**」的推斷。

但是實驗學家卻發現無論我們在什麼座標測量光速，我們所量到的光速**都等於c**。

這怎麼可能呢？

愛因斯坦有自己的理由認為光速在任何慣性座標中都等於c。

他的理由是：



既然馬克斯威爾方程式在每個(慣性)座標都**成立**，那麼每個座標系中的物理學家所計算而得的電磁波速度—也就是光速—就應該都等於c。

因此愛因斯坦假設：

狹義相對論(Special relativity)基本假設：

(1) 所有慣性座標系中的物理定律都有相同的形式。

— 沒有任何慣性座標系有特殊的地位

(相對性原理)

(2) 任何慣性座標系所測得的光速都是c。

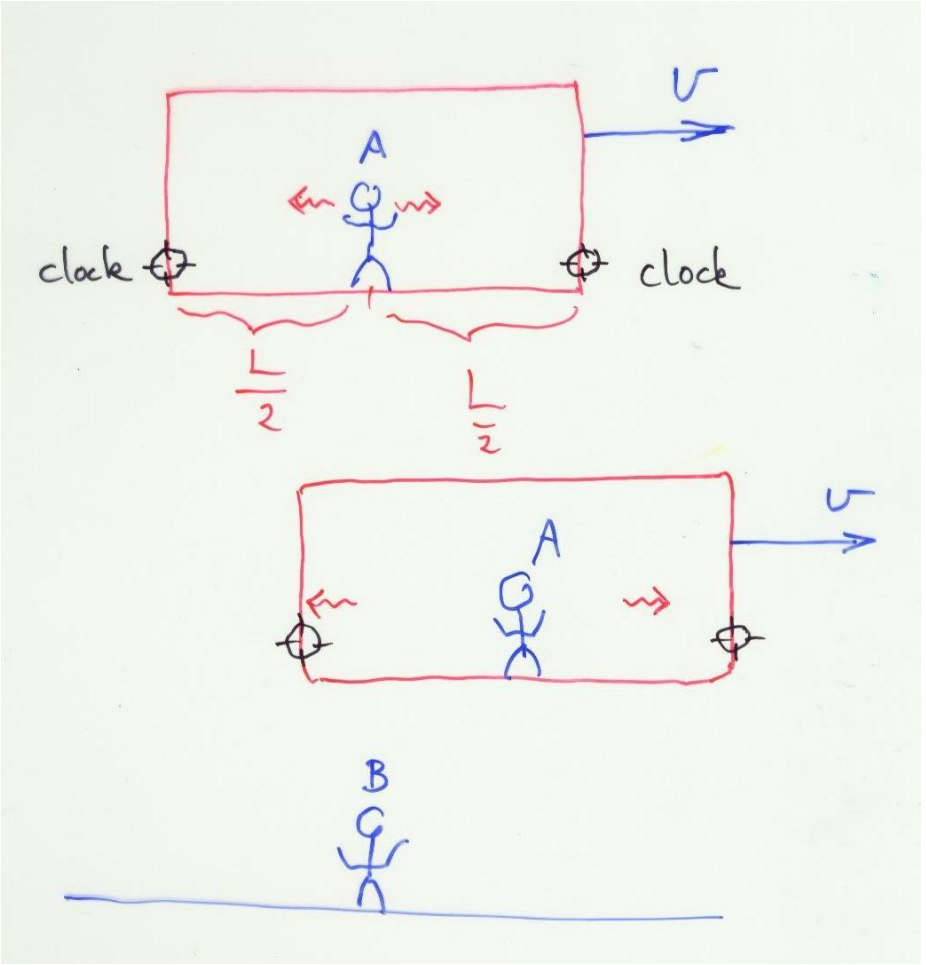
但是(2)與大家非常熟悉的加利略變換**相衝突**！

問題出在那裡？

愛因斯坦在高中時期(16歲！)就開始思考這一個的問題。他曾經想過如果能以光速前進，究竟會看到什麼？

他在1905年才領悟到問題出在「**同時**」(**時間**)的概念必須重新檢討。

對於觀測者A來說，位於車廂兩端的鐘必是同時接收到光。但是對於觀測者B來說，一個鐘會比另一個鐘更早接收到光。



「同時 (simultaneity)」是相對的概念！

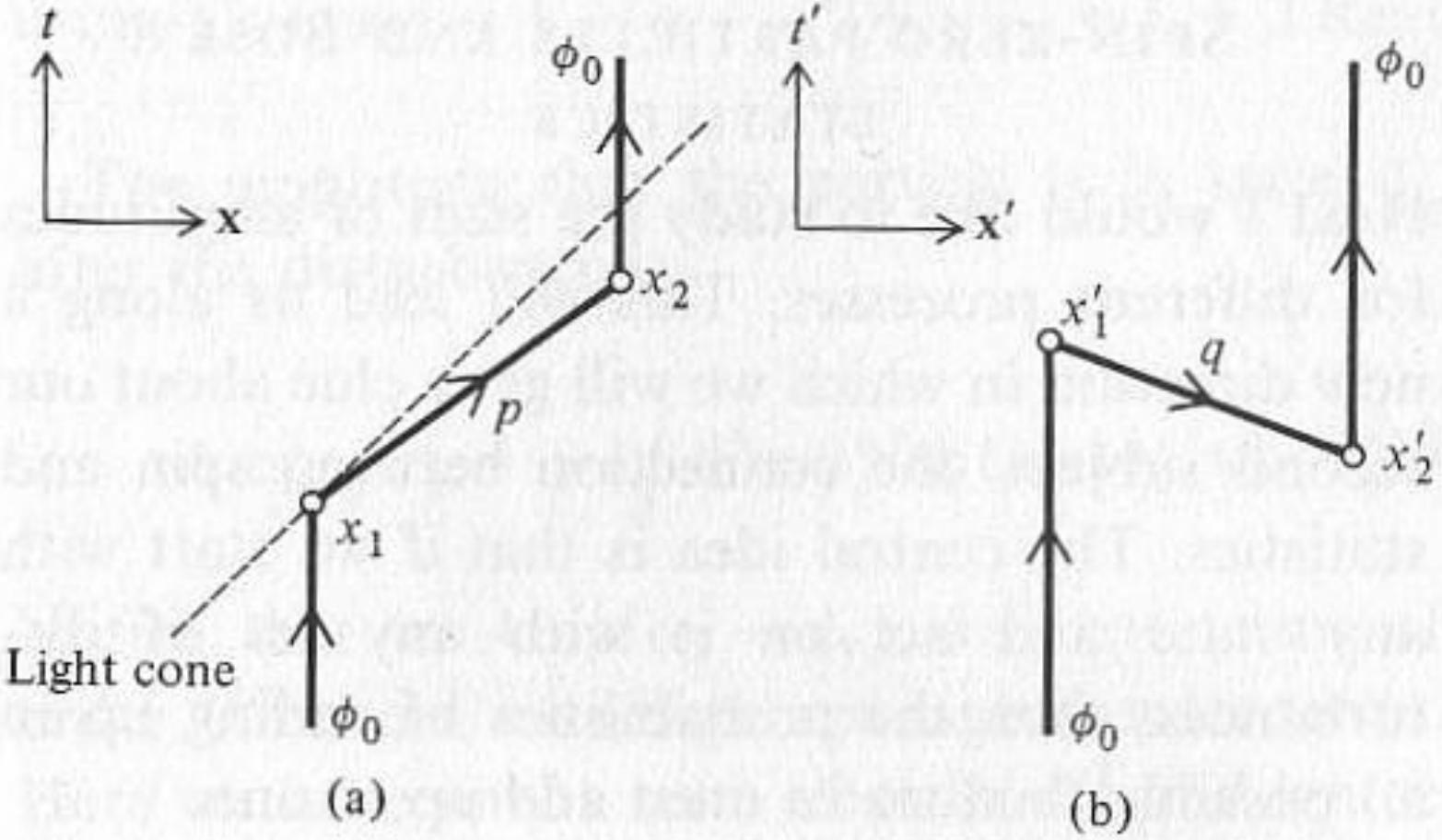
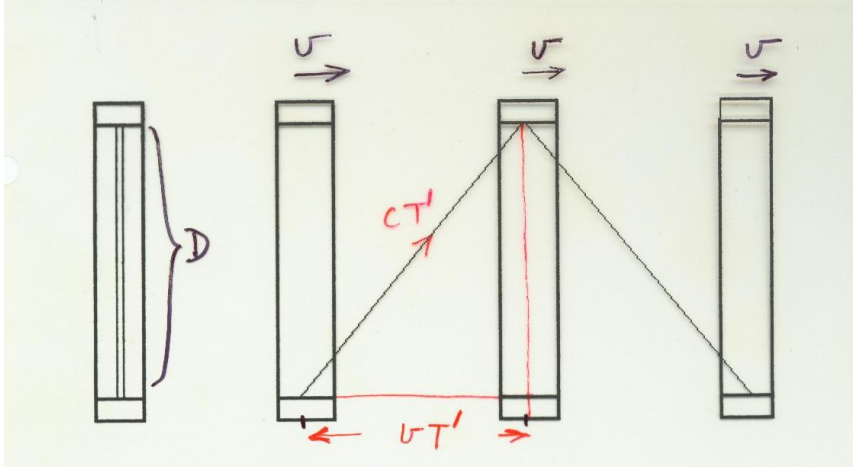


Fig. 2 The same process viewed from two different frames. (a) Original frame ($t_2 > t_1$); (b) moving frame ($t'_2 > t'_1$).



Sketch of P. A. M. Dirac by R. P. Feynman

光鐘



$$T = \frac{D}{c} \quad , \quad T' = ?$$

$$(cT')^2 = (vT')^2 + D^2 \quad , \quad (c^2 - v^2)T'^2 = D^2$$

畢氏定理

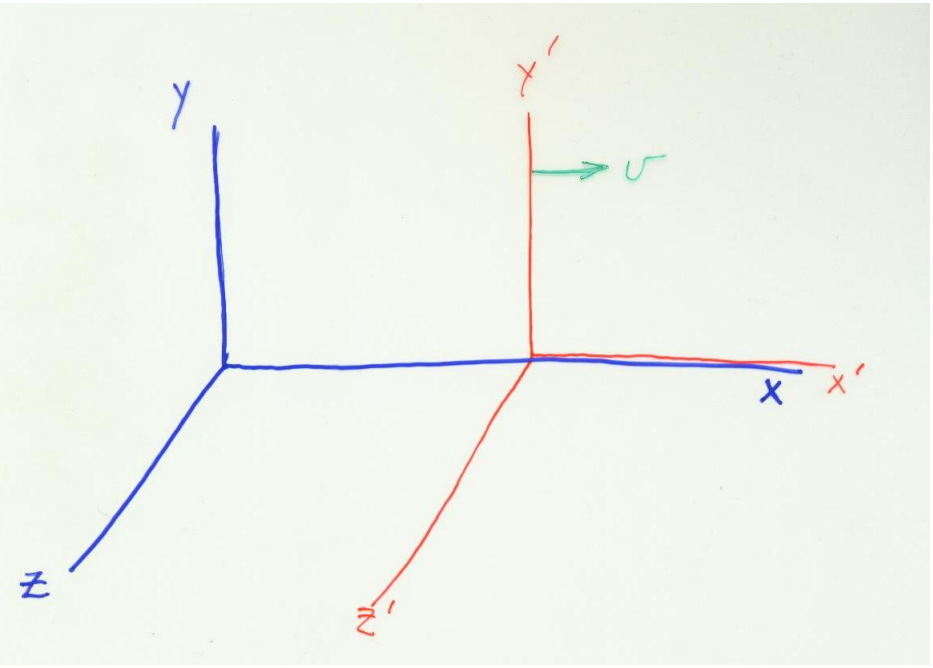
$$T' = \frac{D}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{D}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{T' = T\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > T}$$

動的鐘走的比較慢！

時間膨脹

time dilation



$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

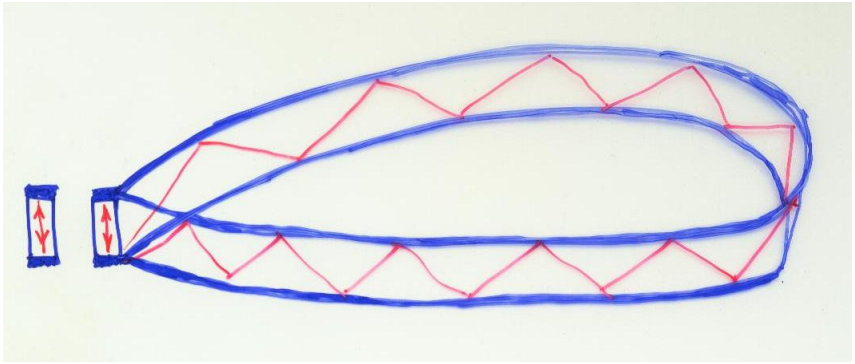
$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

勞侖茲變換

Lorentz Transformation

Lorentz Symmetry

Relativistic Invariance

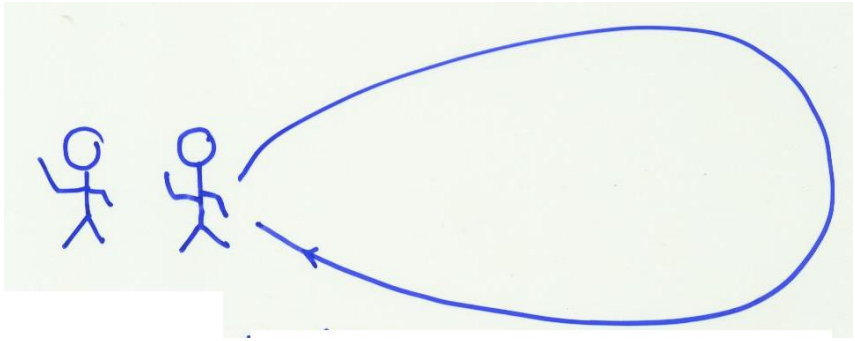


運動的光鐘跳動的次數較少

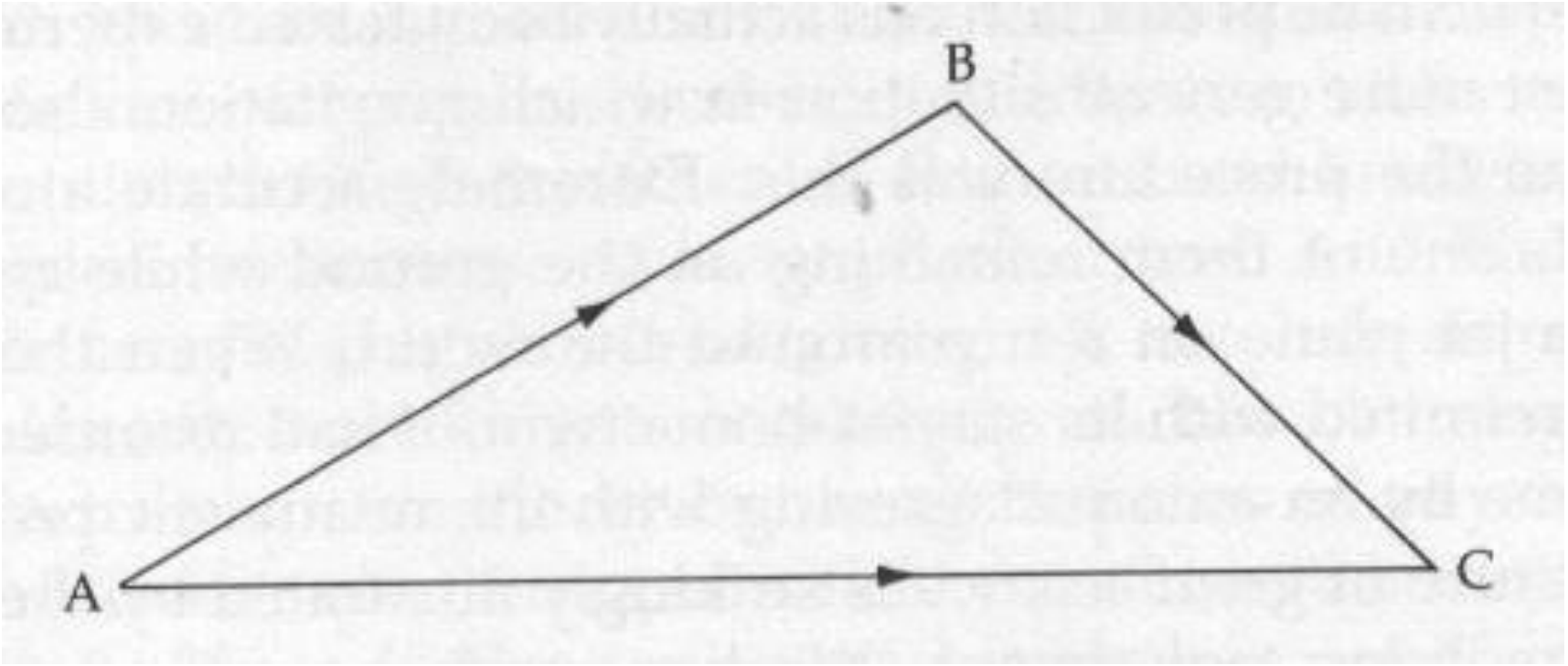
…人…心臟跳動的次數較少

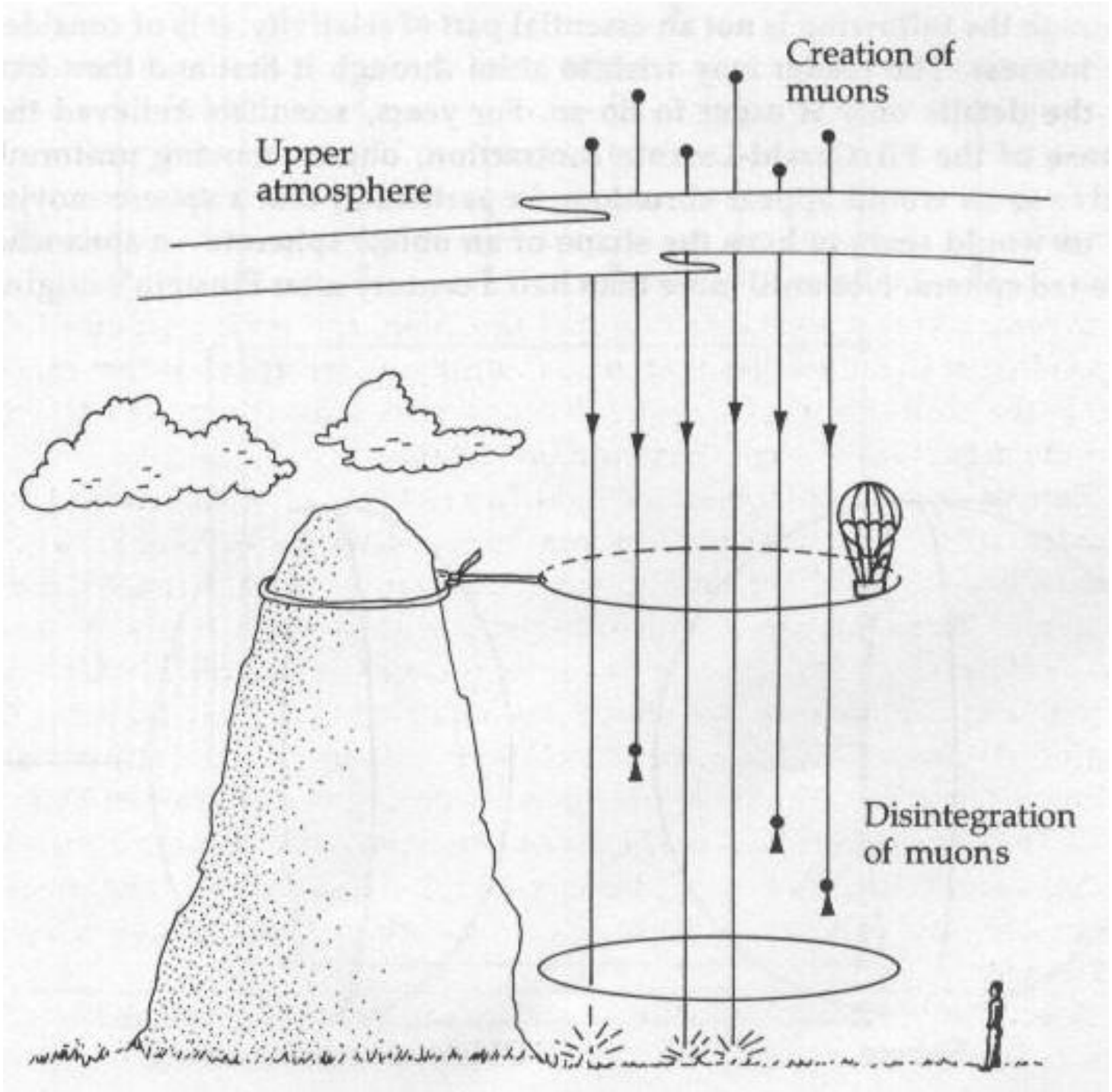
實驗學家已經證實運動中的緲子壽命的確比較長

雙生姊妹



星際旅行一趟後回到地球上的人會比留在地球上的人年輕


B
A
C


Creation of
muons
Upper
atmosphere
Disintegration
of muons

時間成了座標之一，會隨觀測者而變。

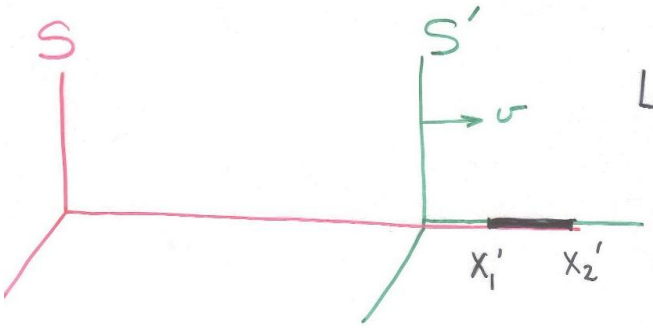
時間與空間不再是相互獨立的概念，我們必需將兩者結合起來，將它們看成是不可分割的一體

也就是說

空間	+	時間	→	時空
space	+	time	→	spacetime
3維		1維		4維

愛因斯坦的數學老師閔考斯基(Minkowski)首先強調4維時空的幾何意義，所以我們也常將4維時空稱為**閔考斯基時空**。

時間膨脹
time dilation

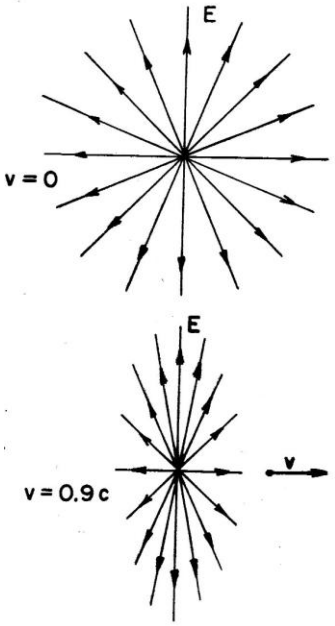


$$X_1' = \frac{X_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad X_2' = \frac{X_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Length in S at time $t = t_1 = t_2$

$$L = X_2 - X_1$$

But $$X_2' - X_1' = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



長度收縮
length contraction

$$L' = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, L' < L'}$$

t, $\vec{x} = (x, y, z)$ $\longrightarrow$ $x^{\mu} = (t, x, y, z)$

3維向量 vector

4維向量

動量 $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$ $\longrightarrow$ $p^{\mu} = (E, p_x, p_y, p_z)$

↑ 能量 energy

$p^\mu = (E, \vec{p})$ $\qquad (E', \vec{p}')$

$$E' = \frac{E - vp_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p_x' = \frac{p_x - \frac{v}{c^2}E}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p_y' = p_y$$

$$p_z' = p_z$$

$\vec{p}' = 0 \rightarrow p_x = \frac{v}{c^2}E$

$\downarrow$

$E' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,E$

$\downarrow$

$E = \frac{E'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$\downarrow$ if $E' = mc^2$

$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \cdots$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$E = m c^2$

不過狹義相對論還不能全然令人滿意，

因為我們只考慮了慣性座標系

以及勞侖茲變換

(座標之間的相對速度必需是固定的)。

如果座標之間有相對加速度，

則會如何呢？

我們是不是可以進一步要求

物理定律的形式在任意的座標轉換下

都是不變的？

此外我們還沒有將重力考慮進來。

在狹義相對論中，光速是訊息(交互作用)傳遞速度的上限。

但是牛頓的萬有引力(重力)是**瞬時力**，

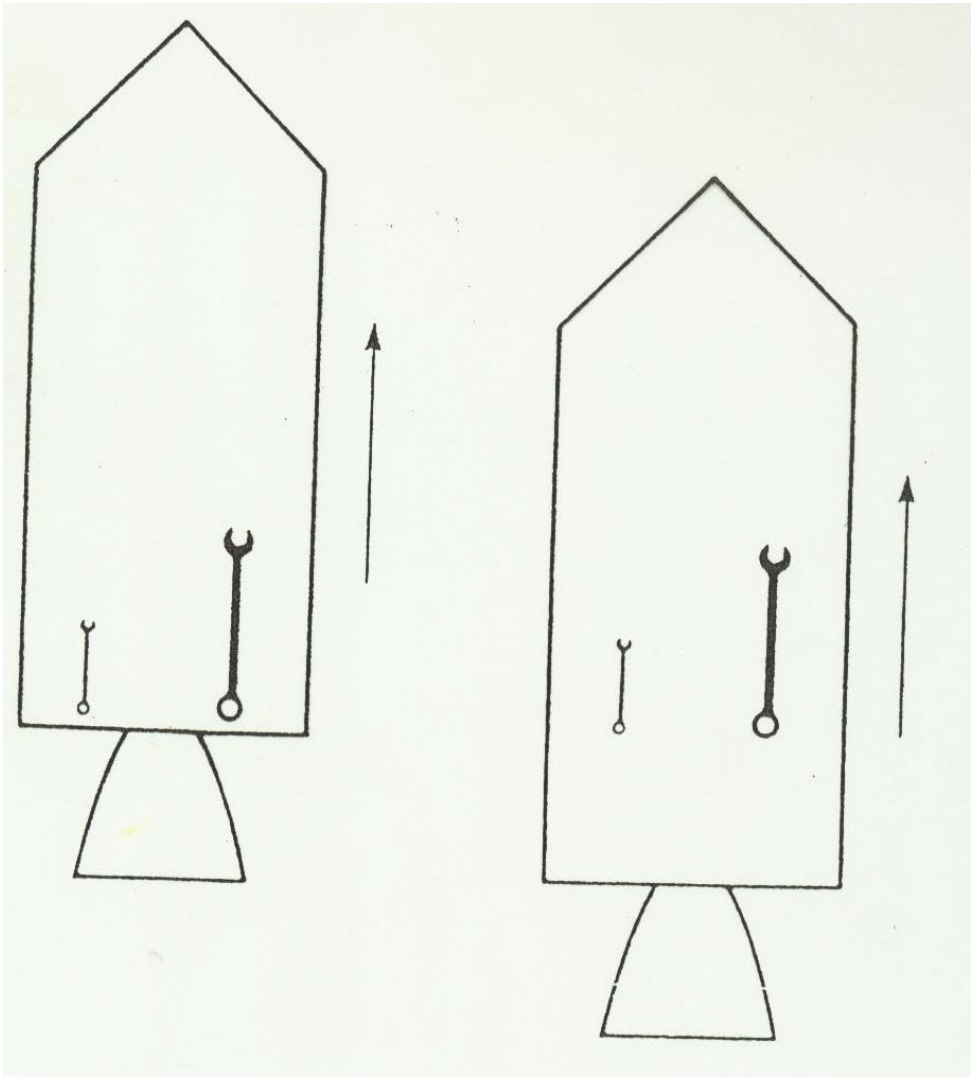
所以牛頓的重力理論與狹義相對論**不相容**。

我們該如何建造一個與狹義相對論原則相容的重力論？

”我這一輩子最快樂的點子“

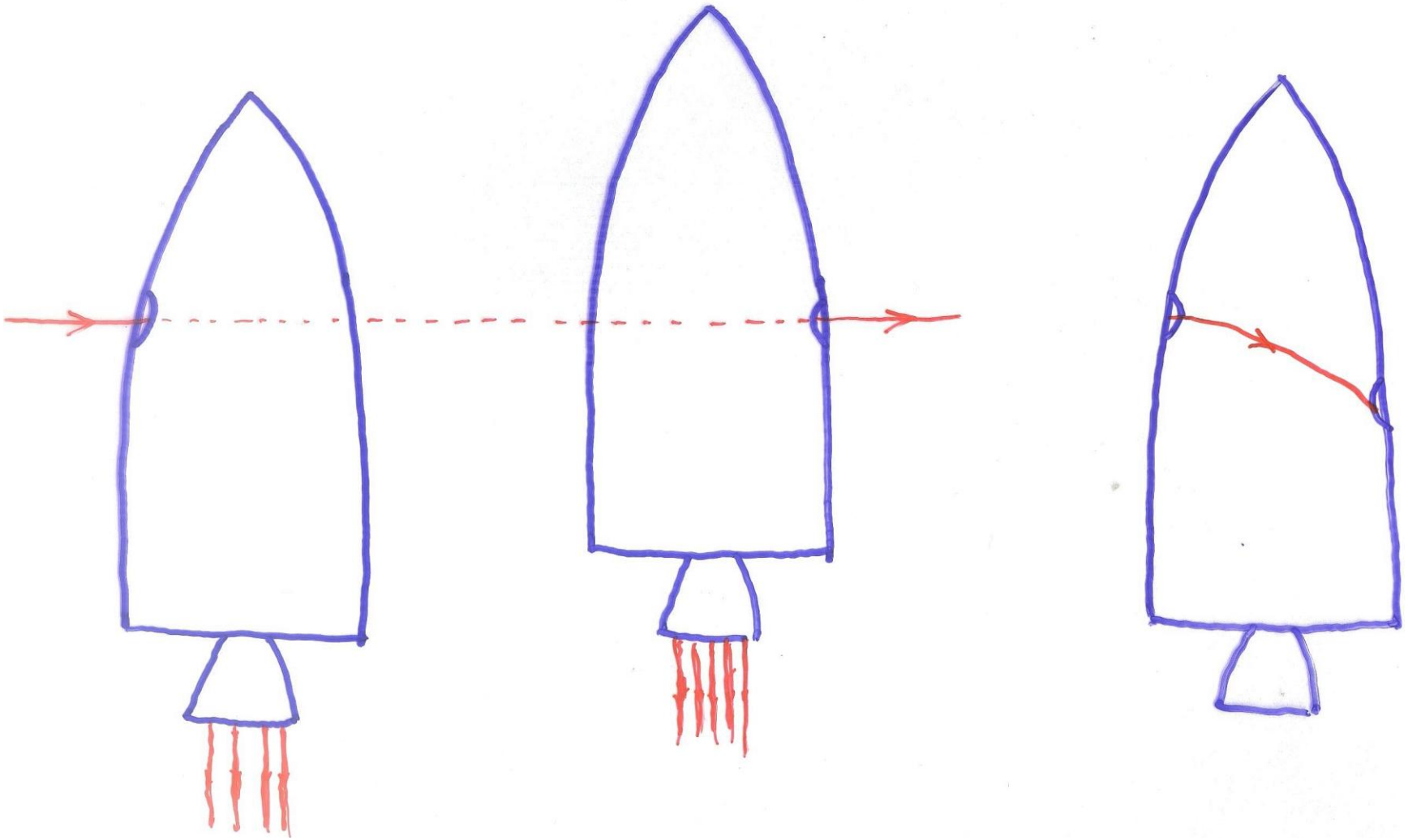
— 愛因斯坦
1907年
於伯恩專利局辦公室

“重力場和因為電磁感應而產生的電場類似，其存在只有相對的意義。因為對於一位從屋頂自由落下的觀測者而言—至少在其附近—重力場**並不存在**。”

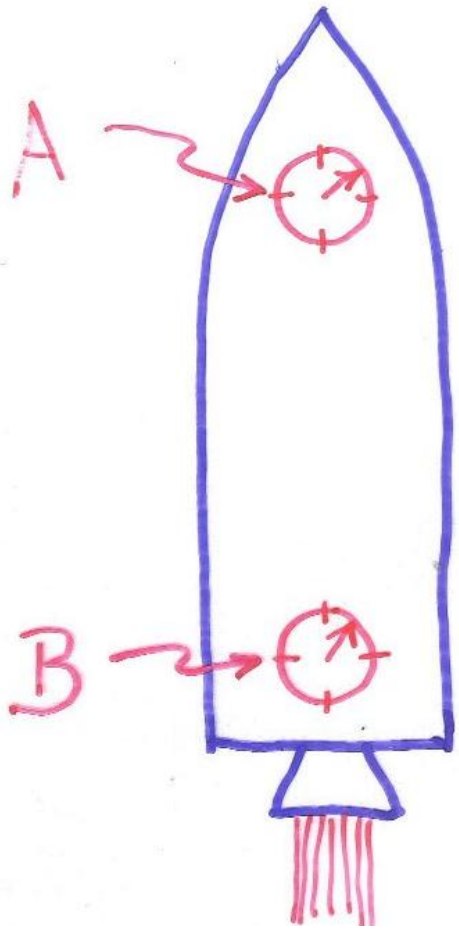


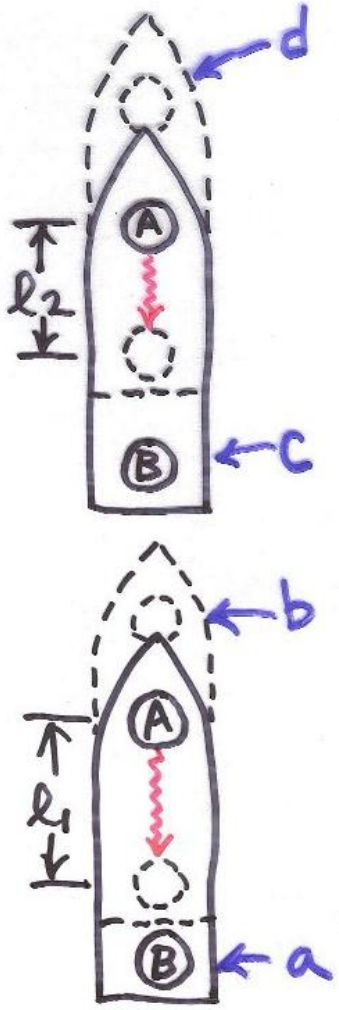
等效原理

Equivalence Principle



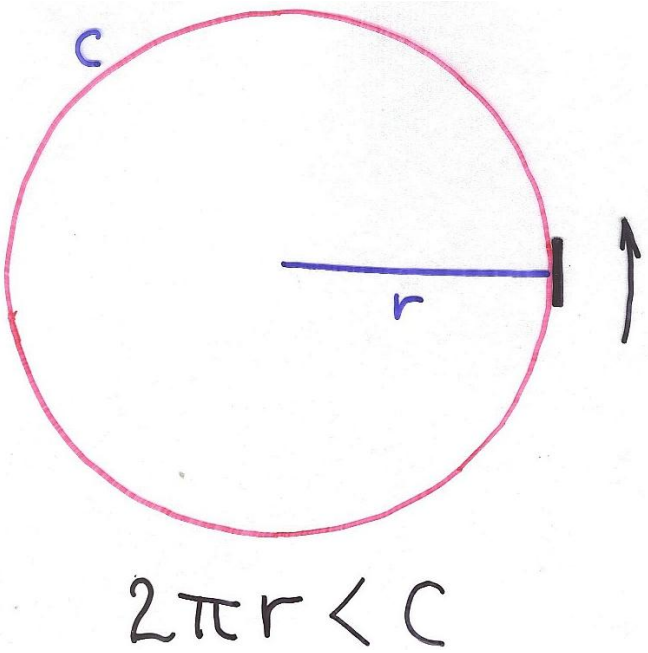
光線在重力場中會轉彎





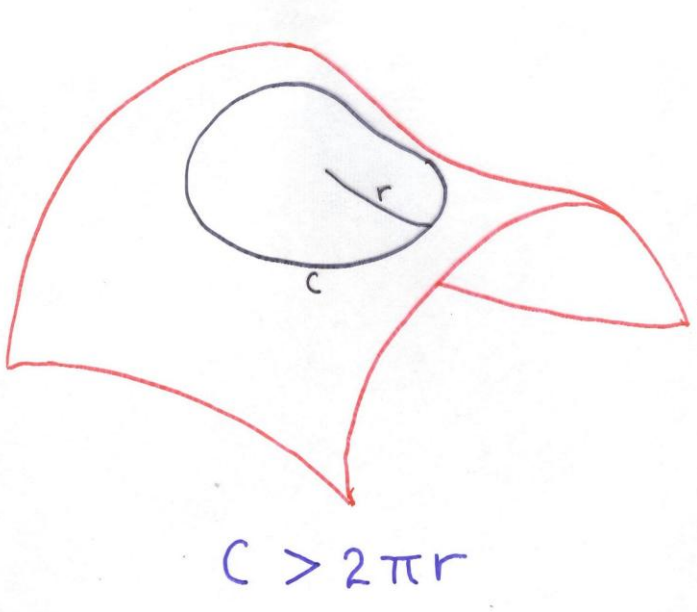
費曼物理學講義
第二冊

A鐘比B鐘走得快，依據等效原理，台北101**頂樓**的鐘也比**底樓**的鐘走得**快**。



由於長度收縮效應，
旋轉座標中的觀測者發現
圓周長c與半徑r的關係和
歐氏平面幾何中的關係不一樣。

→ **非歐幾何**



彎曲空間

依據等效原理，
加速座標中的效應(現象)也會出現於
重力場中，
因此重力場中各處時鐘的快慢不一
而尺的長短也會不一樣。

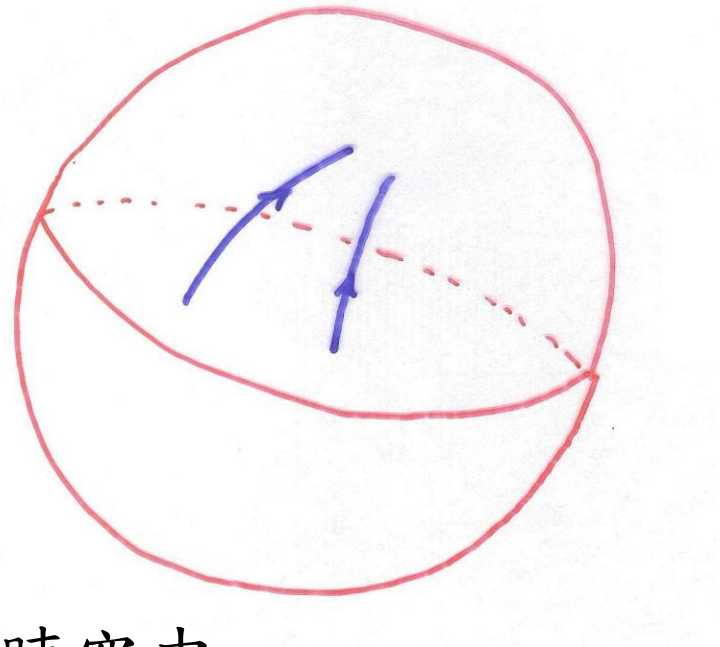
我們可以將重力場造成的效應看成是**彎曲時空**的效應！

傳統上，我們說物質會產生重力場，
在廣義相對論中我們說物質會改變其附近時空的性質—物質讓時空成了彎曲時空。

潮汐力 (tidal force)

重力 ≈ 幾何

Gravity ≈ Geometry



物體在重力場中的軌跡就是彎曲時空中的**極端線**(最短「距離」線)。

舞台

↑↓

時空

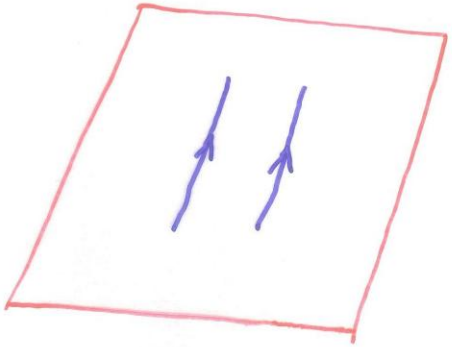
↑↓

相互影響

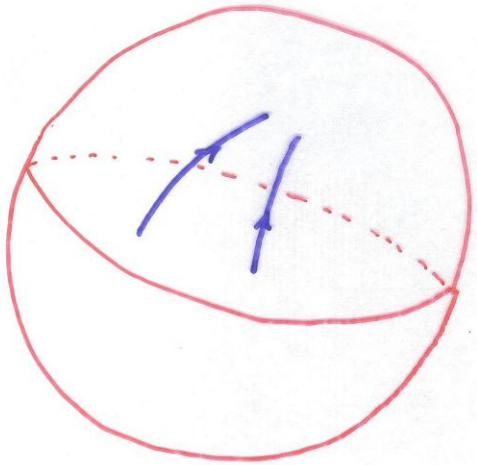
演員

物質

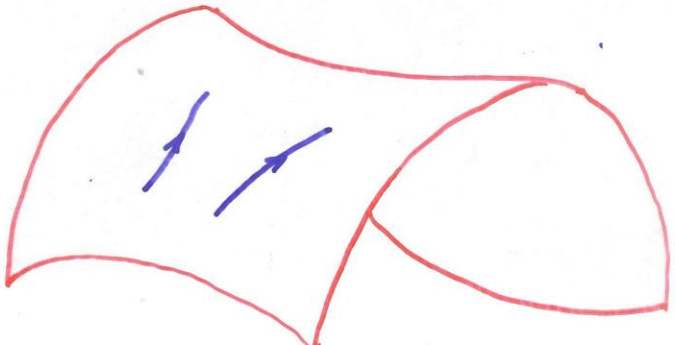
二維彎曲空間的例子



曲率＝0



曲率 ＞ 0



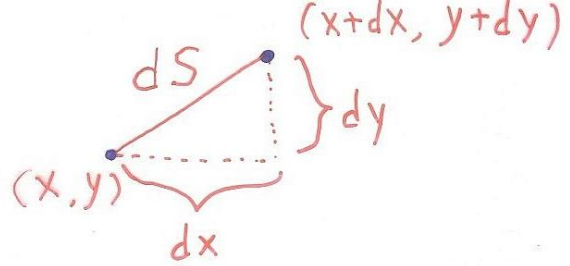
曲率 ＜ 0

如何描述彎曲空間的幾何？

黎曼Riemann
(1826-1866)

我們只需講明
空間中任何鄰近
兩點的**距離**

黎曼微分幾何

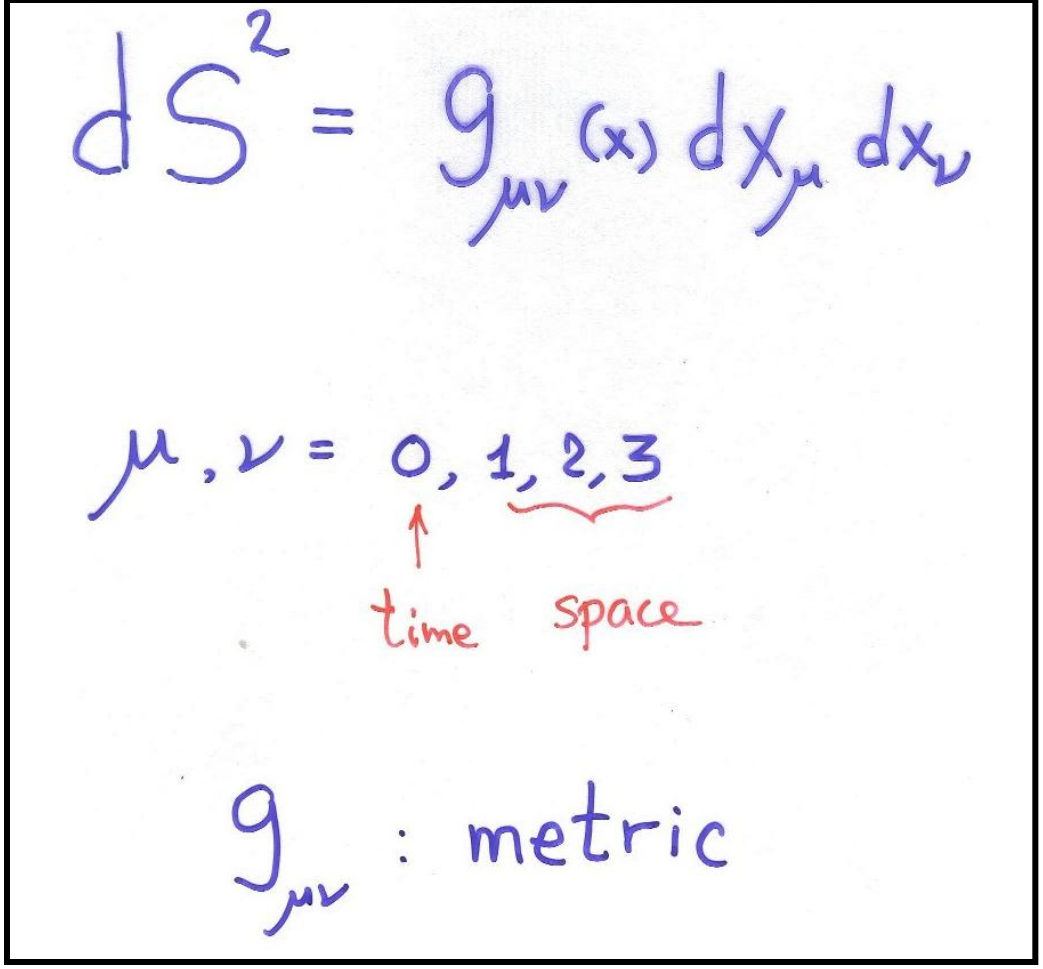


$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$
$$= dx_1^2 + dx_2^2$$
$$= dx_1 \cdot dx_1 + dx_2 \cdot dx_2$$
$$= \sum_{i=1}^{2} dx_i \cdot dx_i$$
$$= \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} g_{ij}\, dx_i\, dx_j$$

$$g_{11} = 1, \quad g_{12} = g_{21} = 0, \quad g_{22} = 1$$

$$\boxed{ds^2 = g_{ij}\, dx_i\, dx_j}$$

Einstein convention



度規(metric)決定彎曲

空間(時空)的性質(曲率)

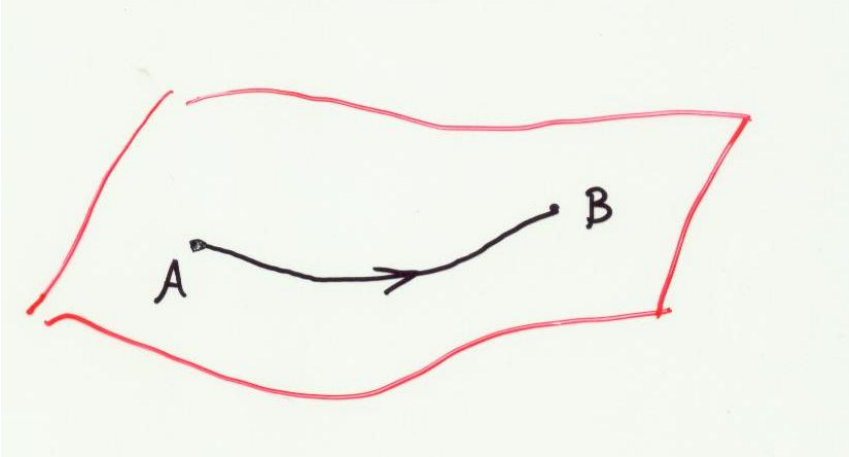
物質決定時空的曲率

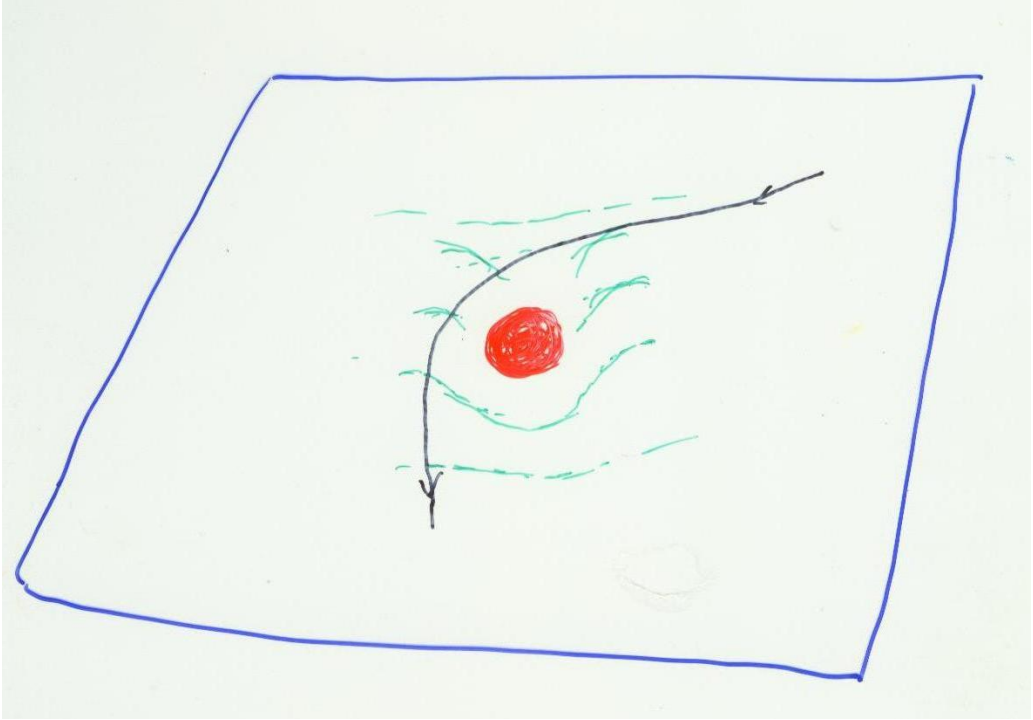
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = k T_{\mu\nu}$$

愛因斯坦重力方程式(1915)

時空曲率決定物質(粒子)如何運動

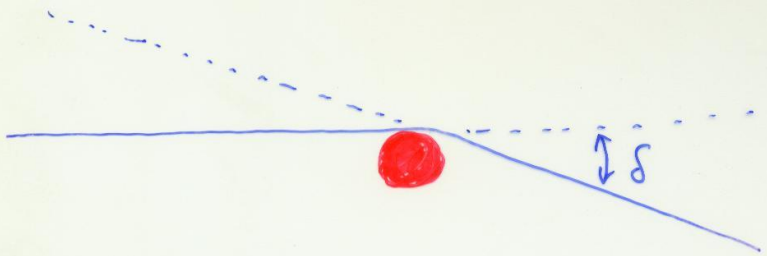
→ 粒子沿著極端線前進





物質(能量、動量)影響(改變)了時空曲率

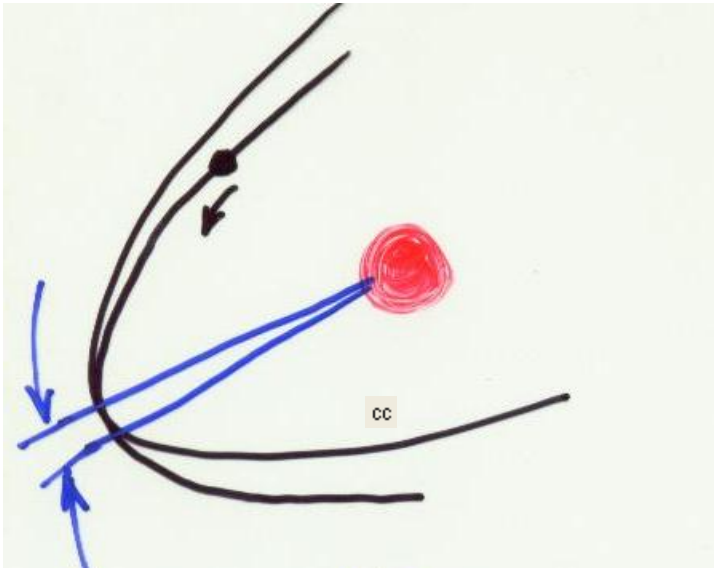
在時空中運動的粒子其軌跡就不再必然是一直線 → 粒子受重力影響而有彎曲的軌跡



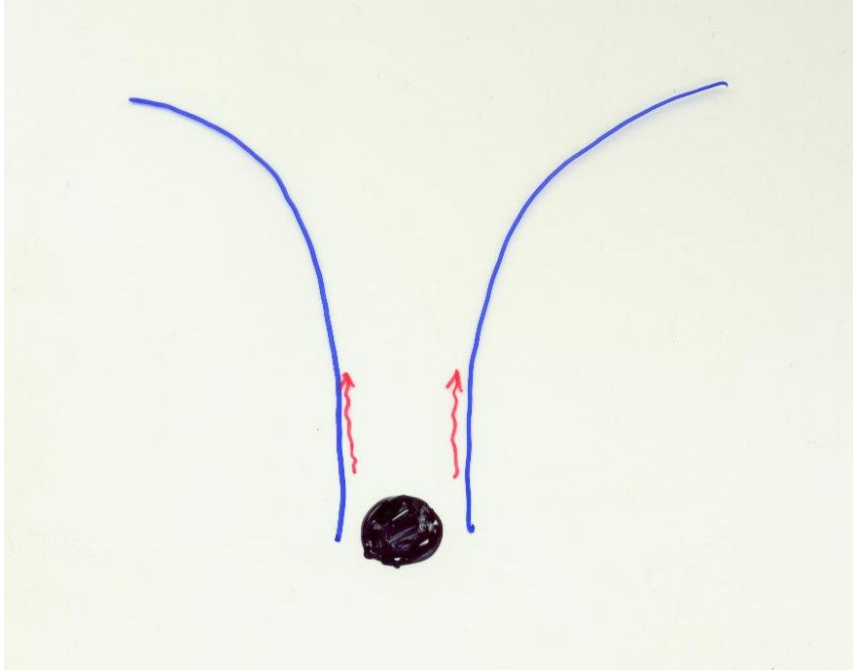
$\delta \approx 1.75''$

$(1^\circ = 3600'')$

水星近日點的進動(precession)



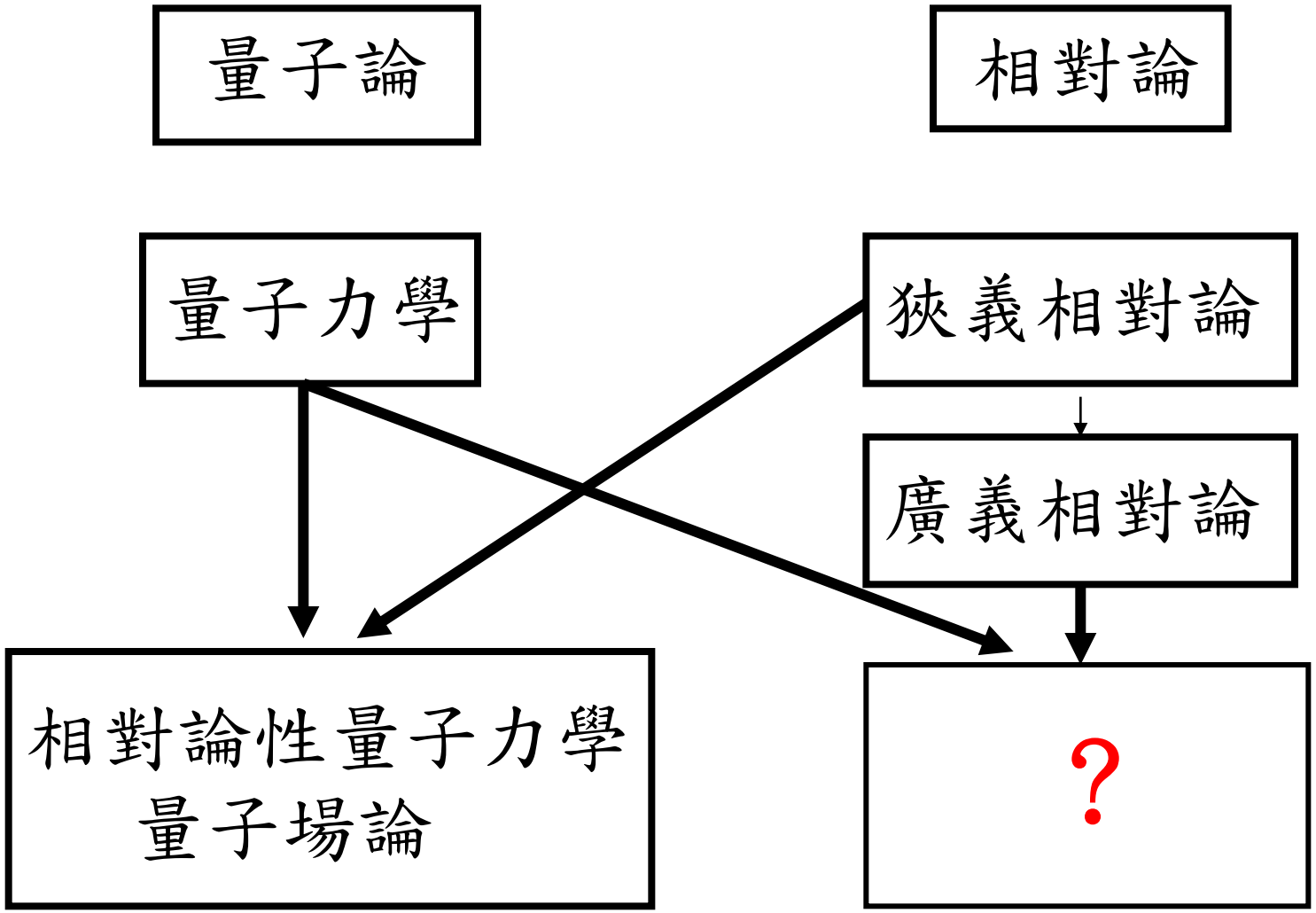
- 在~5600弧秒/世紀的進動之中有~43弧秒/世紀是來自廣義相對論效應。
- 大部分的進動來自於水星與其它行星的重力交互作用。



黑洞　Black Hole

曲率大到沒有東西可以逃離

(曲率大到沒有極端線能連到無窮遠)



能夠精準地描述基本粒子現象與凝體現象，是非常成功的理論。