**普通物理學甲下**

**課程筆記**

**十九、電磁學之感應與電感**

**互感、自感、磁場貯存能量與能量密度**

授課教師：台灣大學物理系　易富國教授  
筆記編寫：台灣大學物理系　曾芝寅助理  
編者信箱：[r01222076@ntu.edu.tw](mailto:r01222076@ntu.edu.tw)  
上課學期：98學年度第二學期

[創用 CC 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)  
本著作係採用[創用 CC 姓名標示-非商業性-相同方式分享 3.0 台灣 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)授權.

**自感**

磁通量

,

定義**自感係數：** ，只和電流環的幾何形狀有關係。

環上的電流變化產生自身的感應電動勢：

若將電流 從 0 加到 ，則必須作功，以對抗感應電動勢 。

作功之功率

作功

注意：這個功並不是克服電阻，兩者沒有關係。

電阻的作功通常會以熱的形式將能量散失掉。而這個自感的作功不會浪費掉，而是貯存在電流環中。想像一個超導電流環，環上沒有電阻。一旦加上電流以後，並且長時間下電流不會散失掉。這個能量就是來自於線圈的自感作功。

**磁場能量密度**

例一、螺線管 (solenoid)

一個電流環內磁場

一個電流環內磁場通量

單位長的磁場通量

單位長的感應電動勢

自感係數

假設電流

作功

我們便能定義**磁場能量密度**

相似於電場能量密度

注意：這不是一個平均的概念，而是個 (每一個空間中的位置上) 準確的概念。

此處不提供嚴謹的推導。而在這個均勻磁場的例子下，恰好等於平均值而已。

例二、螺線環 (toroid)

本例子有旋轉對稱性：鏡面 (藍色虛線框) 看兩邊的電流分布相同，並且沿著軸旋轉皆然，如此磁場必垂直鏡面。如此是利用磁場是軸向量 (axial vector) 的特性。

磁場

磁場能量密度

磁場總能量

可得自感係數

習題：利用自感係數原來的定義，求出自感係數，和上面的求法做對照。

思考：如果太陽能發電廠能將白天所發的電利用超導線圈貯存，便可以到晚上釋放出來利用。

**互感**

試證明：互感係數有關係

將兩線圈 從零電流加到 ，

可用以下方法：

第一步 (先加上 的電流)

作功功率

作功

第二步 (再加上 的電流)

作功功率

作功

總功

**相似地，也可用另一個方法：**

**顛倒線圈順序**

第一步 (先加上 的電流)

作功

第二步 (再加上 的電流)

作功

總功

一樣的狀態下，磁場能量不因為兩種方法而不同：

磁場能量

**由此可得**

因此，可將總功寫成對稱形式

而事實上中間兩項是由兩個線圈共同的貢獻，且其值相同。

習題：計算以下兩環形線圈管的互感係數。

到此，法拉第感應定律和其應用已講完。

電磁學接下來最重要的發展，就是馬克斯威爾在以上發現的整合和更多貢獻。

**馬克斯威爾方程式組**

牛頓之後、愛因斯坦之前，最偉大的物理成就。

馬克斯威爾的貢獻從法拉第的著作獲取靈感。**特別是力線 (電力線、磁力線)的想法**。

與牛頓力學最大的不同，在於電荷、電流所受之作用力都是在地 (localize)的作用。不同於牛頓萬有引力中兩個物體可以超越距離，瞬間作用。

**場的概念** (源自法拉第的力線) 是比較宏觀的概念，理解上比較複雜；牛頓力學則是侷限在兩個物體的作用概念。

馬克斯威爾方程式組：

1. 庫倫高斯定律
2. 磁場高斯定律

磁力線首尾相連或沒有單獨磁極。

上面兩個定律都是靜態的，不牽涉與時間的關係。

1. 安培定律
2. 法拉第感應定律

至此我們已經得到馬克斯威爾方程式組中三個半的定律，而這麼說是有原因的。

**法拉第(轉動)現象**，1845年

玻璃放在強磁場中間，讓光通過，發現光的偏振方向(電場震盪方向)產生偏轉。

也就是磁場對 (介質中的) 光有作用。

因此，法拉第認為電磁作用和光之間有關聯。

**安培定律不完善**

現象上，一個線圈上電流改變，在遠處也會產生感應電場。

然而按 (當時) 理論，遠處沒有電流，就沒有磁場，應該無從產生感應電場。馬克斯威爾希望得到一個在地理論，因此認為安培定律有不完善之處。

習題：

已知電流密度 (球形對稱)，求磁場

答： (提示：利用磁場是軸向量的特性)

這個習題中安培定律出問題了！

**修正安培定律**

讓我們假想有等效電流

，

小結：

1. 馬克斯威爾的修正就在最後一項，即**隨時間變化的電場也能感應出感應磁場**。如此，隨時間變化的電場和磁場，就能夠建立電磁波的波動方程式。
2. 這個修正項是很微弱的，牽扯上時間的兩次微分。這是法拉第時代下，只能用很慢的速度來變化磁場進行實驗所看不到的。
3. 修正項中的常數 是重要的，其值約為 ，恰好是斐索(Fizeau) 量測出的光速之平方分之一 。

**電磁波？**

電磁波可用馬克斯威爾的理論加以解釋，在當時並不被廣為接受，其中甚至連絕對溫標的發明人克爾文 (Kelvin) 也不相信。

直到1887年，赫茲 (Heinrich Hertz) 提出將平板電容器更替為兩個金屬球，電場便能夠以電磁波的形式釋放，才終於證明了馬克斯威爾的電磁波理論。

*S*

*C*

*L*

震盪線路：

一對成雙平板的 (或金屬球) 之電容器 (電容係數*C* )，充電 ，

並連接一個開關*S*、

線圈 (自感係數*L*)，線圈上載有電流 。

電容器之電位差

開關打開後，線圈之電動勢為

兩者相等，得方程式 ，

形式可類比彈簧震盪 。

( 自感 質量 ，電容係數 彈性係數 )