**普通物理學甲下**

**課程筆記**

**八、電磁學之電學**

**介電物質I**

授課教師：台灣大學物理系　易富國教授
筆記編寫：台灣大學物理系　曾芝寅助理
編者信箱：r01222076@ntu.edu.tw
上課學期：98學年度第二學期


本著作係採用[創用 CC 姓名標示-非商業性-相同方式分享 3.0 台灣 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)授權.

**介電物質 (dielectrics)**

對於電的反應，有些物質為導體、有些為絕緣體。

絕緣體都是介電物質。

例如純水、木頭、紙、矽、鍺、玻璃等。

塑膠板

紙屑

$$+ + + + + +$$

$$\mp $$

$$\mp $$

$$\mp $$

$$\mp $$

$$\mp $$

$$\mp $$

$$\mp $$

$$\mp $$

…

…

$$\vec{E}$$

紙屑中的原子、分子被極化 (polarized)。

當中的負電荷離塑膠板 (帶正電荷) 較近，正電荷較遠。因此吸引力較排斥力強，帶電的塑膠板便將紙屑吸起來。

原子

當原子在電場中，會受感應而極化，如下圖。

$$+ + + + + +$$

$$\vec{E}$$

$$+  + + + + +$$

$$\vec{δ}$$

$$+q$$

$$-q$$

原子

原子極化後具有**電偶極矩** $\vec{p}=q\vec{δ}$ ，

$\vec{δ}$ 為起至負電荷終於正電荷之位移向量。

平行板電容器

$$A$$

$$+Q\_{0}$$

$$A$$

$$l$$

$$A$$

$$A$$

$$\vec{E}\_{0}$$

$$+  + + + + +$$

$$-  - - - - -$$

$$∆V\_{0}$$

$$-Q\_{0}$$

$$A$$

$$A$$

$$+Q\_{0}$$

$$+  + + + + +$$

$$-  - - - - -$$

$$-Q\_{0}$$

$$\vec{E}\_{diele}$$

$$∆V\_{diele}$$

平行板電容器，電容係數 $C\_{0}=\frac{ϵ\_{0}}{l}A$ 。 (電容定義自 $∆V\_{0}=\frac{1}{C\_{0}}Q\_{0}$)

電場和電壓關係： $\left|\vec{E}\_{0}\right|l=∆V\_{0}$

電容器中填充介電物質後，充電至相同電量。

實驗上，其電壓較原電壓小：

$$∆V\_{diele}=\frac{1}{κ}∆V\_{0}$$

其中 $κ$ 定義為該物質的介電常數。

由於電場和電壓關係： $\left|\vec{E}\_{diele}\right|l=∆V\_{diele}=\frac{1}{κ}∆V\_{0}$

實驗上，電場也較原電場小：

$$\vec{E}\_{diele}=\frac{1}{κ}\vec{E}\_{0}$$

電容器間的電場變小，可以避免火花放電的發生。

因此許多設備中，常填充介電常數高的物質，以避免火花放電的現象造成危險。

實驗上，**電容係數變大** $κ$ **倍**：

$$∆V\_{diele}=\frac{1}{κ}∆V\_{0}=\frac{1}{κ}\frac{1}{C\_{0}}Q\_{0}=\frac{1}{C\_{diele}}Q\_{0}$$

$$C\_{diele}=κC\_{0}$$

以下從微觀結構探究其物理原因。

當物質在無電場之下， $\vec{E}\_{0}=0$：

原子核 (正電荷) 恰在電子運動軌域 (負電荷) 的幾何中心，物質呈電中性。

當物質在電場之下， $\vec{E}\_{0}\ne 0$：

原子核和電子運動軌域的幾何中心相錯距離 $\left|\vec{δ}\right|$，物質被極化。

極化的介電物質上、下表面產生極化電荷密度 $\pm σ\_{P}$

$$\vec{E}\_{0}$$

$$\vec{E}\_{0}$$

$$+σ\_{P}$$

$$-σ\_{P}$$

$$+Q\_{0}$$

$$+  + + + + +$$

$$\vec{E}\_{0}$$

$$\vec{E}\_{P}$$

$$-  - - - - -$$

$$-Q\_{0}$$

$$+σ\_{P}$$

$$-σ\_{P}$$

表面極化電荷密度產生之電場為

$$\left|\vec{E}\_{P}\right|=\frac{σ\_{P}}{ϵ\_{0}}$$

因此可得以下關係：

$\vec{E}\_{diele}=\vec{E}\_{0}+\vec{E}\_{P}$

$\frac{1}{κ}\vec{E}\_{0}=\vec{E}\_{0}+\vec{E}\_{P}$ ，$\frac{σ\_{P}}{ϵ\_{0}}=\vec{E}\_{P}=\left(\frac{1}{κ}-1\right)\vec{E}\_{0}=-\left(\frac{κ-1}{κ}\right)\vec{E}\_{0}=-\left(κ-1\right)\vec{E}\_{diele}$

$σ\_{P}=-ϵ\_{0}\left(κ-1\right)\vec{E}\_{diele}$

假設介電物質每單位體積中有 $N$ 個原子，每個原子核帶電荷 $+q$，

電荷密度 $ρ=Nq$，電量

$$1×1×σ\_{P}=1×1×\left|\vec{δ}\right|×ρ=1×1×\left|\vec{δ}\right|×Nq=Nq\left|\vec{δ}\right|$$

定義**極化向量** $\vec{P}$，單位體積中電偶極矩的量 $Nq\vec{δ}=N\vec{p}=\vec{P}$

$$\left|\vec{P}\right|=σ\_{P}=\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\left|\vec{E}\_{diele}\right|$$

注意電偶極矩的是由負電到正電

得物質構成方程式：

$$\vec{P}=\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\vec{E}\_{diele}$$

物質的特性完全可由極化向量 $\vec{P}$ 展現，或者由介電常數 $κ$ 展現。

$$+Q\_{0}$$

$$+  + + + + +$$

$$\vec{E}\_{0}$$

$$\vec{E}\_{P}$$

$$-  - - - - -$$

$$-Q\_{0}$$

$$+σ\_{P}$$

$$-σ\_{P}$$

$$\vec{P}$$

$$\vec{n}$$

$$\vec{n}$$

由上面的例子可發現極化向量和極化電荷密度之關係：

$$σ\_{P}=\vec{P}∙\vec{n}$$

另一例子，

$$\vec{n}$$

$$\vec{δ}$$

$$θ$$

$1×1×\vec{δ}∙\vec{n}=1×1×\left|\vec{δ}\right|\cos(θ)$

$$σ\_{P}=1×1×\left|\vec{δ}\right|\cos(θ)×Nq=\left|Nq\vec{δ}\right|\left|\vec{n}\right|\cos(θ)=\vec{P}∙\vec{n}$$

**小結：處理介電物質規律**

1. 介電物質特性完全由極化向量 $\vec{P}$ 展現。 $\vec{P}$ 是每單位體積中電偶極矩的量。
2. 表面極化電荷密度 $σ\_{P}=\vec{P}∙\vec{n}$ ，其中 $\vec{n}$ 是介電物質向外指的法向量。
3. $σ\_{P}$ 產生電場 $\vec{E}\_{P}$ 。
4. 淨電場 $\vec{E}\_{diele}=\vec{E}\_{0}+\vec{E}\_{P}$ 。
5. 物質多半屬於線性介電物質，$\vec{P}=\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\vec{E}\_{diele}$ 。

例一、原問題 (平行板電容器)，從我們的處理規律出發，步驟如下：

我們將電容器充上電荷 $Q\_{0}$ ，

$Q\_{0}$ 常被稱作**自由電荷**，其產生之電場稱 $\vec{E}\_{0}$ 。

$$+Q\_{0}$$

$$+  + + + + +$$

$$\vec{E}\_{0}$$

$$\vec{E}\_{P}$$

$$-  - - - - -$$

$$-Q\_{0}$$

$$+σ\_{P}$$

$$-σ\_{P}$$

$$\vec{P}$$

$$\vec{n}$$

$$\vec{n}$$

介電物質產生極化向量 $\vec{P}$ 。

$\vec{P}$ 產生表面極化電荷密度 $σ\_{P}=\vec{P}∙\vec{n}$ 。

$σ\_{P}$ 產生 $\vec{E}\_{P}$ ，方向相反於 $\vec{P}$ (與介電物質之形狀相關)。

$$\vec{E}\_{P}=\frac{σ\_{P}}{ϵ\_{0}}=\frac{\left|\vec{P}\right|}{ϵ\_{0}}=-\frac{\vec{P}}{ϵ\_{0}}$$

介電物質感受之電場 $\vec{E}\_{diele}=\vec{E}\_{0}+\vec{E}\_{P}$，

又有物質方程式關係 $\vec{P}=\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\vec{E}\_{diele}$

$\vec{E}\_{diele}=\vec{E}\_{0}-\frac{1}{ϵ\_{0}}\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\vec{E}\_{diele}$

正如實驗所得

$$\vec{E}\_{diele}=\frac{1}{κ}\vec{E}\_{0}$$

下面利用此規律解決問題。

例二、實心球介電物質

$$\vec{E}\_{0}$$

$$\vec{δ}$$

我們可將實心球介電物質視為正電荷球和負電荷球之疊合，距離相錯 $\vec{δ}$。

根據以前做個的實心球習題，

$$\vec{E}\_{P}=\frac{ρ\vec{d}}{3ϵ\_{0}}=\frac{-ρ\vec{δ}}{3ϵ\_{0}}=\frac{-Nq\vec{δ}}{3ϵ\_{0}}=\frac{-\vec{P}}{3ϵ\_{0}}$$

$\vec{P}$ 產生 $σ\_{P}$ ， $σ\_{P}$ 產生 $\vec{E}\_{P}=\frac{-\vec{P}}{3ϵ\_{0}}$

淨電場 $\vec{E}\_{diele}=\vec{E}\_{0}+\vec{E}\_{P}$

有關係 $\vec{P}=\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\vec{E}\_{diele}$

根據以上三個關係，得

$\vec{E}\_{diele}=\vec{E}\_{0}+\frac{-\vec{P}}{3ϵ\_{0}}=\vec{E}\_{0}+\frac{-1}{3}\left(κ-1\right)\vec{E}\_{diele}$

$\vec{E}\_{0}=\left[1+\frac{κ-1}{3}\right]\vec{E}\_{diele}=\frac{κ+2}{3}\vec{E}\_{diele}$

$$\vec{E}\_{diele}=\frac{3}{κ+2}\vec{E}\_{0}$$

$$\vec{P}=\left(κ-1\right)ϵ\_{0}\vec{E}\_{diele}=3\frac{κ-1}{κ+2}ϵ\_{0}\vec{E}\_{0}$$

$$σ\_{P}=\vec{P}∙\vec{n}=3\frac{κ-1}{κ+2}ϵ\_{0}\left|\vec{E}\_{0}\right|\cos(θ)$$

$$\vec{E}\_{P}=\frac{-\vec{P}}{3ϵ\_{0}}=-\frac{κ-1}{κ+2}\vec{E}\_{0}$$

**導體可視為** $κ\rightarrow \infty $ **之介電物質**

取極限後，有 $\vec{E}\_{diele}=0$ (導體內部無電場)， $σ\_{P}=3ϵ\_{0}\left|\vec{E}\_{0}\right|\cos(θ)$ ， $\vec{E}\_{P}=-\vec{E}\_{0}$

我們將球形導體在均勻電場中的問題也解決了。