

國立臺灣大學
101 學年度高中科學班資格測驗試題本
數學

—作答注意事項—

考試時間：共 60 分鐘（請自行斟酌分配時間）

作答方式：務必作答於「各科答案卷上」，請以黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，
並標明題號。

注意事項：本考科可使用會場提供之電子計算機輔助運算作答。

祝考試順利

第壹題：(佔分 50)

說明：以下有一段敘述，請根據題目敘述作答，並詳述答題理由。答案務必寫在答案卷上，否則將予扣分。題目前標示之百分比（如：【50%】）為配分。

【50%】所謂分解因式是指將一個多項式（可能包含一個或多個變數）重寫成至少兩個多項式的乘積，而後者中的任何一個都不可以是常數。例如 $x + y = \frac{1}{2} \cdot (2x + 2y)$ 不能看成 $x + y$ 的分解因式。下面舉幾個例子說明：

- a. $x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$ 。
- b. $x^2 + y^2$ 在以實數為係數時不能分解，但在以複數為係數時，可以分解為 $x^2 + y^2 = (x + iy) \cdot (x - iy)$ 。
- c. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z) \cdot (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ 。
- d. $x^3 - y^3$ 在以實數為係數時可分解為 $x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$ ，但在以複數為係數時還可以再分解為 $x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x - \omega y) \cdot (x - \omega^2 y)$ ，其中 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 。

試問： $x^3 + y^3 + z^3 + xyz$ 在以實數為係數時是否可以分解？又在以複數為係數時，是否可以分解？

第貳題：(佔分 50)

說明：以下有一段敘述，包含兩小題的題目，請根據題目敘述作答，並詳述答題理由。答案務必寫在答案卷上，否則將予扣分；並於題號欄標明題號 (1), (2)，題號後標示之百分比（如：【20%】）為配分。

本題需要之三角函數值，請見附表。

球上以球心為圓心的圓稱為大圓；任給球上兩點 P 、 Q ，必有一大圓通過 P 、 Q ，且此大圓上由 P 到 Q 的劣弧長，稱為 P 到 Q 的大圓距離。對於球上的「生物」而言（想像如地球），大圓相當於「直線」，而大圓距離相當於「直線距離」。

- (1) 【20%】在半徑為 1 的單位球上，設 P 點的位置在東經 120 度，北緯 30 度， Q 點的位置在東經 30 度，北緯 60 度，求兩點間的大圓距離。（求到小數點後兩位）
- (2) 【30%】(續 a) 若球上 R 點到 P 點的大圓距離為 $\frac{\pi}{3}$ ，到 Q 點的大圓距離為 $\frac{\pi}{6}$ ，求 R 點的經緯度。（求到整數位之度數即可）

附表：正弦函數表

	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0	0.0017	0.0035	0.0052	0.0070	0.0087	0.0105	0.0122	0.0140	0.0157
1	0.0175	0.0192	0.0209	0.0227	0.0244	0.0262	0.0279	0.0297	0.0314	0.0332
2	0.0349	0.0366	0.0384	0.0401	0.0419	0.0436	0.0454	0.0471	0.0488	0.0506
3	0.0523	0.0541	0.0558	0.0576	0.0593	0.0610	0.0628	0.0645	0.0663	0.0680
4	0.0698	0.0715	0.0732	0.0750	0.0767	0.0785	0.0802	0.0819	0.0837	0.0854
5	0.0872	0.0889	0.0906	0.0924	0.0941	0.0958	0.0976	0.0993	0.1011	0.1028
6	0.1045	0.1063	0.1080	0.1097	0.1115	0.1132	0.1149	0.1167	0.1184	0.1201
7	0.1219	0.1236	0.1253	0.1271	0.1288	0.1305	0.1323	0.1340	0.1357	0.1374
8	0.1392	0.1409	0.1426	0.1444	0.1461	0.1478	0.1495	0.1513	0.1530	0.1547
9	0.1564	0.1582	0.1599	0.1616	0.1633	0.1650	0.1668	0.1685	0.1702	0.1719
10	0.1736	0.1754	0.1771	0.1788	0.1805	0.1822	0.1840	0.1857	0.1874	0.1891
11	0.1908	0.1925	0.1942	0.1959	0.1977	0.1994	0.2011	0.2028	0.2045	0.2062
12	0.2079	0.2096	0.2113	0.2130	0.2147	0.2164	0.2181	0.2198	0.2215	0.2233
13	0.2250	0.2267	0.2284	0.2300	0.2317	0.2334	0.2351	0.2368	0.2385	0.2402

(承上頁)

14	0.2419	0.2436	0.2453	0.2470	0.2487	0.2504	0.2521	0.2538	0.2554	0.2571
15	0.2588	0.2605	0.2622	0.2639	0.2656	0.2672	0.2689	0.2706	0.2723	0.2740
16	0.2756	0.2773	0.2790	0.2807	0.2823	0.2840	0.2857	0.2874	0.2890	0.2907
17	0.2924	0.2940	0.2957	0.2974	0.2990	0.3007	0.3024	0.3040	0.3057	0.3074
18	0.3090	0.3107	0.3123	0.3140	0.3156	0.3173	0.3190	0.3206	0.3223	0.3239
19	0.3256	0.3272	0.3289	0.3305	0.3322	0.3338	0.3355	0.3371	0.3387	0.3404
20	0.3420	0.3437	0.3453	0.3469	0.3486	0.3502	0.3518	0.3535	0.3551	0.3567
21	0.3584	0.3600	0.3616	0.3633	0.3649	0.3665	0.3681	0.3697	0.3714	0.3730
22	0.3746	0.3762	0.3778	0.3795	0.3811	0.3827	0.3843	0.3859	0.3875	0.3891
23	0.3907	0.3923	0.3939	0.3955	0.3971	0.3987	0.4003	0.4019	0.4035	0.4051
24	0.4067	0.4083	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4163	0.4179	0.4195	0.4210
25	0.4226	0.4242	0.4258	0.4274	0.4289	0.4305	0.4321	0.4337	0.4352	0.4368
26	0.4384	0.4399	0.4415	0.4431	0.4446	0.4462	0.4478	0.4493	0.4509	0.4524
27	0.4540	0.4555	0.4571	0.4586	0.4602	0.4617	0.4633	0.4648	0.4664	0.4679
28	0.4695	0.4710	0.4726	0.4741	0.4756	0.4772	0.4787	0.4802	0.4818	0.4833
29	0.4848	0.4863	0.4879	0.4894	0.4909	0.4924	0.4939	0.4955	0.4970	0.4985
30	0.5000	0.5015	0.5030	0.5045	0.5060	0.5075	0.5090	0.5105	0.5120	0.5135
31	0.5150	0.5165	0.5180	0.5195	0.5210	0.5225	0.5240	0.5255	0.5270	0.5284
32	0.5299	0.5314	0.5329	0.5344	0.5358	0.5373	0.5388	0.5402	0.5417	0.5432
33	0.5446	0.5461	0.5476	0.5490	0.5505	0.5519	0.5534	0.5548	0.5563	0.5577
34	0.5592	0.5606	0.5621	0.5635	0.5650	0.5664	0.5678	0.5693	0.5707	0.5721
35	0.5736	0.5750	0.5764	0.5779	0.5793	0.5807	0.5821	0.5835	0.5850	0.5864
36	0.5878	0.5892	0.5906	0.5920	0.5934	0.5948	0.5962	0.5976	0.5990	0.6004
37	0.6018	0.6032	0.6046	0.6060	0.6074	0.6088	0.6101	0.6115	0.6129	0.6143
38	0.6157	0.6170	0.6184	0.6198	0.6211	0.6225	0.6239	0.6252	0.6266	0.6280
39	0.6293	0.6307	0.6320	0.6334	0.6347	0.6361	0.6374	0.6388	0.6401	0.6414
40	0.6428	0.6441	0.6455	0.6468	0.6481	0.6494	0.6508	0.6521	0.6534	0.6547
41	0.6561	0.6574	0.6587	0.6600	0.6613	0.6626	0.6639	0.6652	0.6665	0.6678
42	0.6691	0.6704	0.6717	0.6730	0.6743	0.6756	0.6769	0.6782	0.6794	0.6807
43	0.6820	0.6833	0.6845	0.6858	0.6871	0.6884	0.6896	0.6909	0.6921	0.6934
44	0.6947	0.6959	0.6972	0.6984	0.6997	0.7009	0.7022	0.7034	0.7046	0.7059
45	0.7071	0.7083	0.7096	0.4278	0.7120	0.7133	0.7145	0.7157	0.7169	0.7181

— 試卷結束 —