**進階電磁學**

**課程筆記**

**第3-1講、**

**Ch2, 3 Vector Calculus (向量微積分) 2**

授課教師：台灣大學物理系　易富國教授
筆記編寫：台灣大學物理系　曾芝寅助理
編者信箱：r01222076@ntu.edu.tw
上課學期：100學年度第一學期


本著作係採用[創用 CC 姓名標示-非商業性-相同方式分享 3.0 台灣 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)授權.

**教科書**

**Feynman Lecture on Physics, Vol. 2**

**Chapter 2. Differential Calculus of Vector Fields向量場的微分**

2-1 Understanding physics

2-2 Scalar and vector fields

2-3 Derivatives of fields – the gradient

2-4 The operator

2-5 Operations with

2-6 The differential equation of heat flow

2-7 Second derivatives of vector fields

2-8 Pitfalls

**Chapter 3. Vector Integral Calculus向量場的積分**

3-1 Vector integrals; the line integral of

3-2 The flux of a vector field

3-3 The flux from a cube; Gauss’ theorem

3-4 Heat conduction; the diffusion equation

3-5 The circulation of a vector field

3-6 The circulation around a square; Stokes’ theorem

3-7 Curl-free and Divergence-free fields

3-8 Summary

**參考書**

基礎分析學

第八章、第九章

項武義著

**旋度定理 (Stokes’ Theorem)**

首先看一特例，任意純量函數

上圖之三種走法的選定，係遵守安培右手指向 方向

走法一：

走法二：

同理，

走法三：

同理，

改寫後，

走法一

走法二

走法三

利用旋度定義，將三個方向同時寫在一起：

定義**旋度 (curl)** ：

**小結：任意純量函數梯度的旋度為零。**

這也是保守力場可以位勢 (potential) 的形式描述的充分必要條件。

另一例：磁場 ，或任意向量函數：

同理：

寫作

**總結**

設 為純量函數 (scalar function)、為向量函數 (vector function)

定義微分算子：

**梯度 (gradient)**

**散度 (divergence)**

**旋度 (curl)**

相應定理：

**梯度定理 (gradient theorem)**

**散度定理 (divergence theorem)**

**旋度定理 (Stokes’ theorem)**

**待續!**

可為任何函數，以上定理在形式上可寫成

**邊界定理 (The Boundary of the Boundary)**

對於純量函數 ，在空間中的四邊形 上

也可寫成

例如電位 的存在，，要求電場 的旋度必須是零。

其邊界

以上兩者是有關係的。

我們也可推廣至更高維度(三維)

實體正方體 ，其邊界面的方向定義為法線向內：

實體正方體的邊界

邊界的邊界

主要是因為每個路徑的積分都有正負兩個方向，其值剛好相消。