**進階電磁學**

**課程筆記**

**第2講、**

**Ch2, 3 Vector Calculus (向量微積分) 1**

授課教師：台灣大學物理系　易富國教授
筆記編寫：台灣大學物理系　曾芝寅助理
編者信箱：r01222076@ntu.edu.tw
上課學期：100學年度第一學期


本著作係採用[創用 CC 姓名標示-非商業性-相同方式分享 3.0 台灣 授權條款](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/tw/deed.zh_TW)授權.

**教科書**

**Feynman Lecture on Physics, Vol. 2**

**Chapter 2. Differential Calculus of Vector Fields向量場的微分**

2-1 Understanding physics

2-2 Scalar and vector fields

2-3 Derivatives of fields – the gradient

2-4 The operator

2-5 Operations with

2-6 The differential equation of heat flow

2-7 Second derivatives of vector fields

2-8 Pitfalls

**Chapter 3. Vector Integral Calculus向量場的積分**

3-1 Vector integrals; the line integral of

3-2 The flux of a vector field

3-3 The flux from a cube; Gauss’ theorem

3-4 Heat conduction; the diffusion equation

3-5 The circulation of a vector field

3-6 The circulation around a square; Stokes’ theorem

3-7 Curl-free and Divergence-free fields

3-8 Summary

**參考書**

基礎分析學

第八章、第九章

項武義著

**向量微積分 (Vector Calculus)**

在三維歐氏空間 中，討論向量的問題。

向量 (vector)

,

向量加法

純量積

向量內積 (inner product, dot product)

向量長度 (norm)

, , 為兩向量間的夾角。

向量外積 (cross product)

又可寫成

多向量的乘積

幾何上，此式為 三個向量所張出的平行六面體體積。

事實上有

**純量函數 (Scalar Function)、梯度定理 (Gradient Theorem)**

例：溫度函數 ，代表點 的溫度。

電位函數 也是純量函數。

如上圖，

其中

定義： ，即純量函數 的梯度。

得

即**梯度定理 (Gradient Theorem)** 。

**微積分基本定理：**

以 表示 到 的線段； 表示邊界。

梯度定理是微積分基本定理在三維空間中，一維線段的推廣。

可對照下寫成

**向量函數 (Vector Function)、通量 (Flux)**

對於**向量函數**，例如電場 ，我們可以定義通量。

如上圖，定義平面上的**通量**

其中

**面積向量化：** ,

**通量即**

將平面的結果再推廣到任何曲面

通量即

若曲面為封閉，可寫成

**散度定理 (Divergence Theorem)**

立方體

計算面1,2上通量差：

同理，面3,4上通量差 、面5,6上通量差

封閉面 上通量：

定義**散度 (divergence)**

事實上，散度的定義和形狀、體積沒關係，是空間中逐點的定義。

任何體積都可以利用無限小的方塊累加起來，如下：

以上同樣可視為微積分基本定理在三維空間中，三維體積的推廣。

**對應關係如下：**

微積分基本定理

梯度定理

散度定理