奇異的量子

THE FAR SIDE® By GARY LARSON

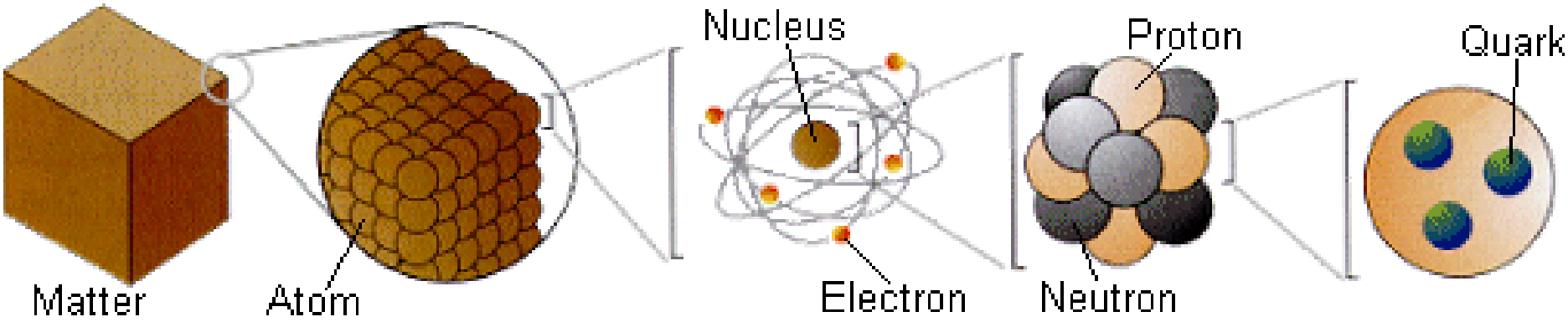


"Mr. Osborne, may I be excused? My brain is full."

The Far Side® by Gary Larson © 1986 FarWorks, Inc. All Rights Reserved. The Far Side® and the Larson® signature are registered trademarks of FarWorks, Inc. Used with permission.

Figure 4. Students in lecture are apt to suffer from cognitive overload.

物質的組成



物質　　原子　　原子核 電子　質子 中子　夸克

10^{-8}公分



There was a time when the newspapers said that only twelve men understood the theory of relativity. I do not believe there ever was such a time. There might have been a time when only one man did, because he was the only guy who caught on, before he wrote his paper. But after people read the paper a lot of people understood the theory of relativity in some way or other, certainly more than twelve. On the other hand I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics.

Richard P. Feynman[1]

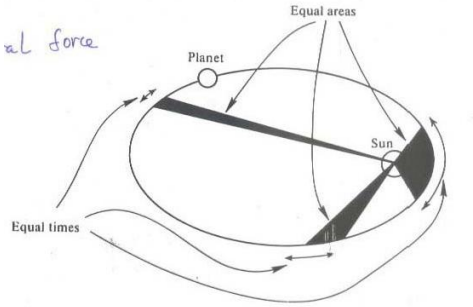
1918 – 1988

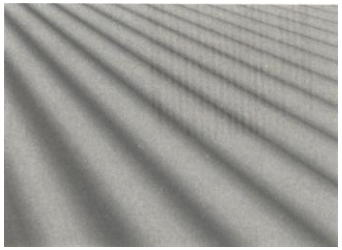
費曼



Figure 9.5 Drawing by Charles Addams.
© Tee and Charles Addams Foundation

軌跡





粒子 ⟷ 波

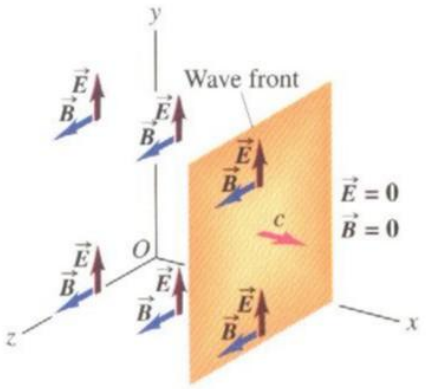
Particle

Wave
(Field 場)

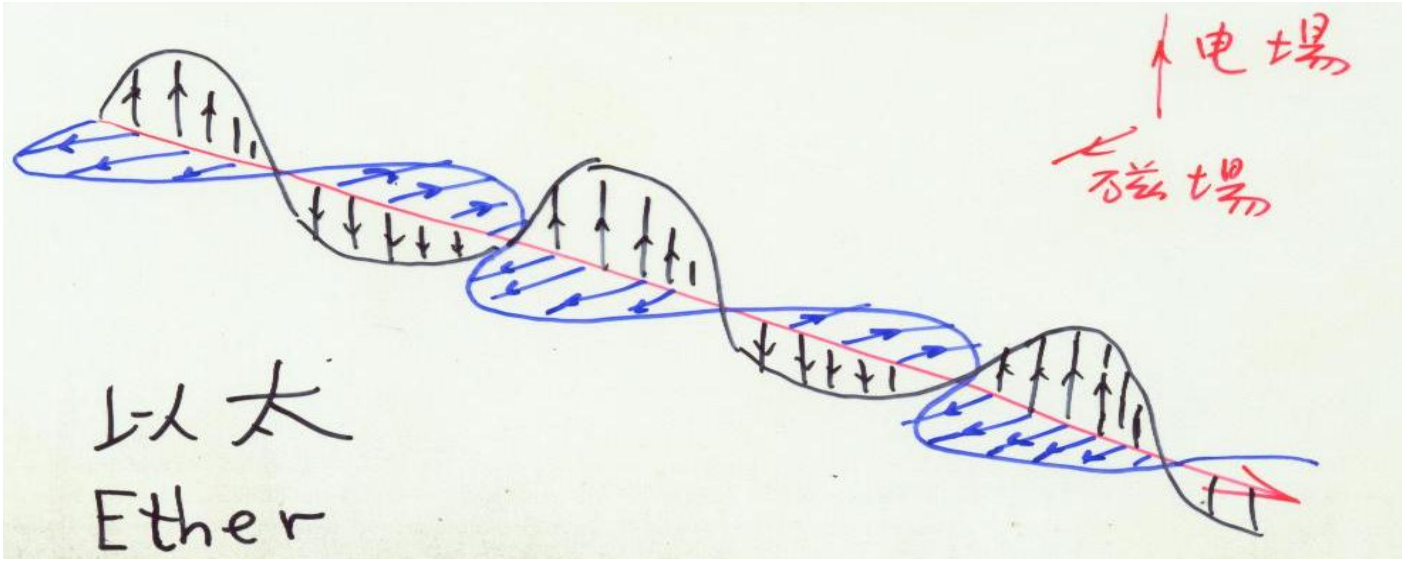
Deterministic Laws

兩者是截然不同的概念。粒子不可能是波，波不可能是粒子。

馬克斯威爾(J. C. Maxwell, 1831-1879)
在1860年代以四個數學方程式來描述一切電與磁的現象。
他並且將光解釋為**電磁波**，也就是**電場與磁場的振盪**。

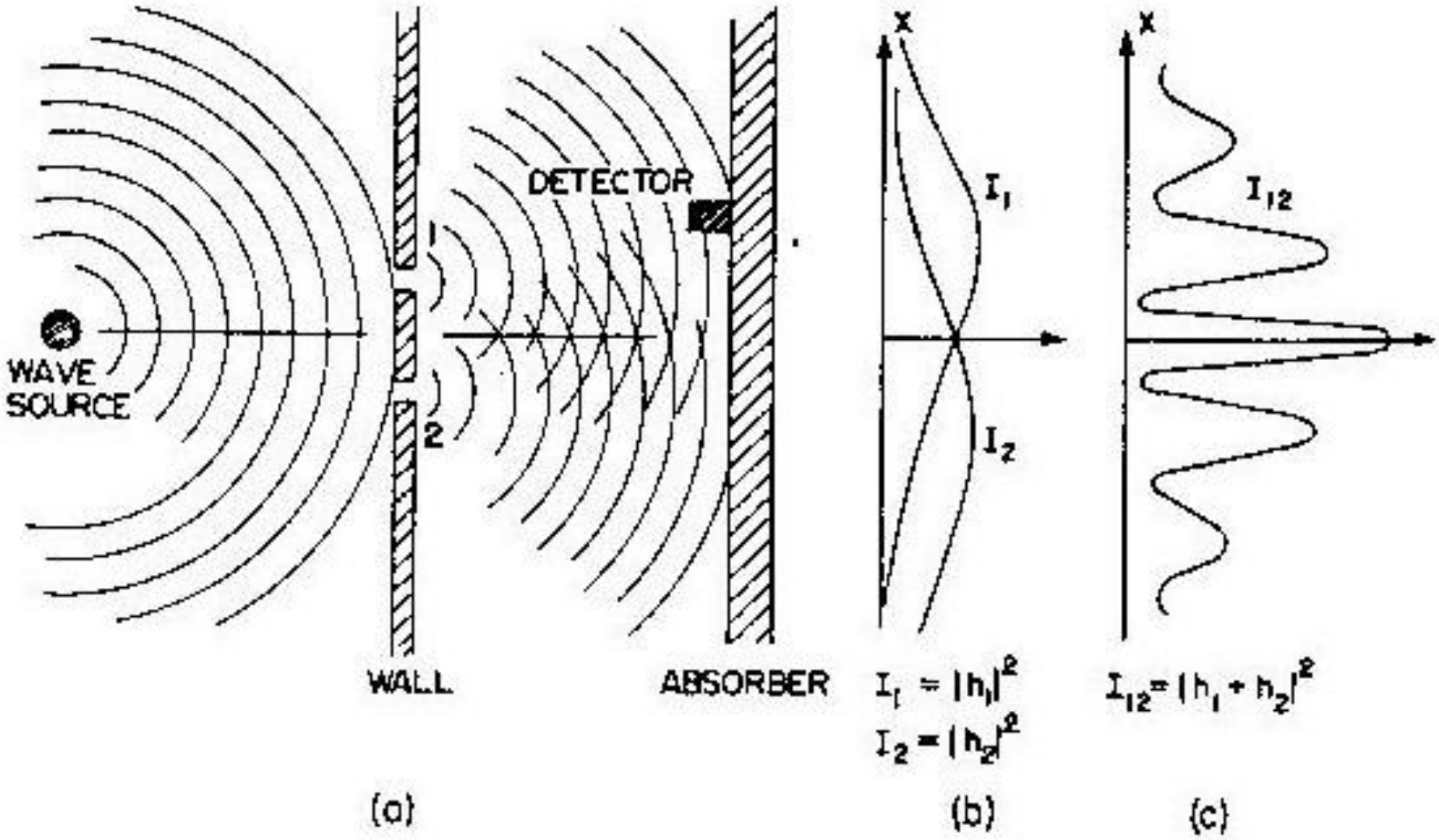


平面波



馬克斯威爾還算出光速 (在以太座標)大約為每秒30萬公里光速＝ c

電磁波的**能量密度**和電場強度平方與磁場強度平方之和成正比，但和電磁波的頻率沒有關係。


WAVE SOURCE
1
2
DETECTOR
WALL
ABSORBER
x
I_1
I_2
I_{12}
$I_1 = |h_1|^2$
$I_2 = |h_2|^2$
$I_{12} = |h_1 + h_2|^2$
(a)
(b)
(c)

我們可以用**干涉現象**來證明**光不是一種物質**。利用光學方法將來自單一光源的一束光分成兩束光，讓它們走不同的路徑，然後再把這兩束光結合起來，並落在屏幕上。如果我們將兩束光之一檔掉，則另一半會落在屏幕上，因而出現亮點。但是如果我們讓兩束光都通過，屏幕上有些地方會變暗，這就證明了**光的兩部份相互消滅了對方**。

J. C. Maxwell　馬克斯威爾

但是我們不能假設兩個物體一但放在一起，可以相互消滅，**所以光不可能是一種物質**。我們所證明的是光的一部份可以正好是另一部份的相反，就如 + a正好是 - a的相反—無論a是什麼。在物理量之中，我們發現有些量的正負號可以顛倒過來，但是有些則不行。例如，在某個方向上的位移正好是在反方向上同樣位移的相反。這樣的量不能代表物質，**只能代表一種物質中的過程**。所以我們的結論是光不會是一種物質而是一種發生於某種物質中的過程，(前面所述)第一束光中發生的過程正好永遠是同一時刻在另一束光中發生過程的相反，所以當這兩束光合併在一起後，就不會出現任何過程。

以太的振動



普朗克 M. Planck

1858-1947

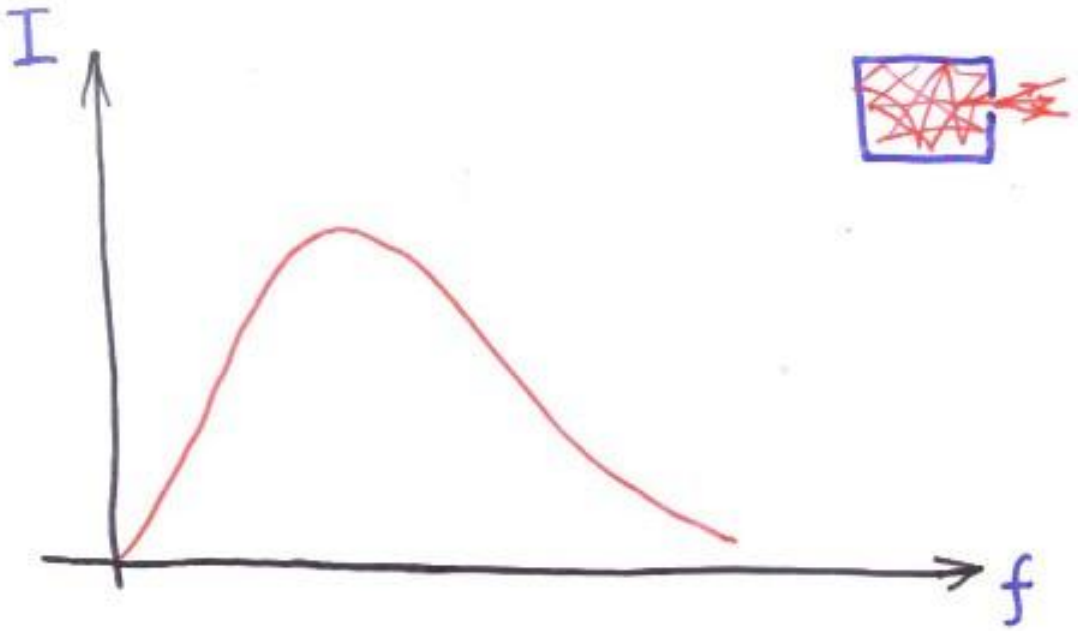


愛因斯坦 A. Einstein

1879-1955

光量子的概念

黑體輻射



普朗克　1900

能量是不連續的

$$E = n \cdot hf$$

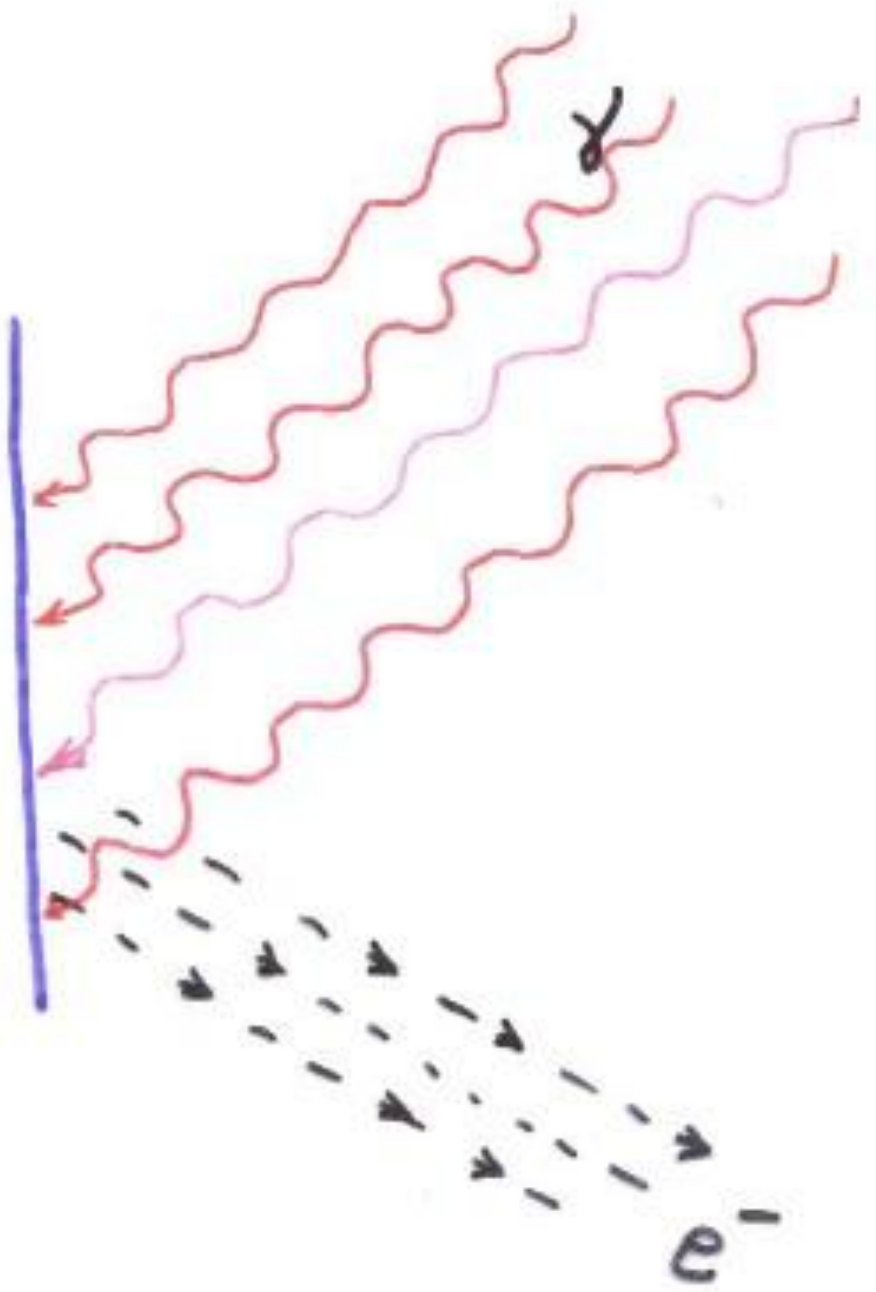
愛因斯坦　1905

光子

$$E_{光子} = h \cdot f$$

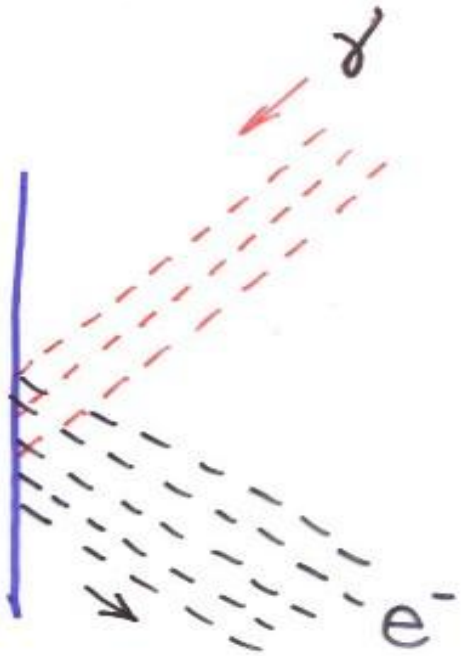
光打上金屬表面會將電子打出來

光電效應



由於**紅**光(子)照
射而出現的電子
所帶的動能較**低**

紅光頻率較低



由於**藍**光(子)照
射而出現的電子
所帶的動能較**高**

藍光頻率較高

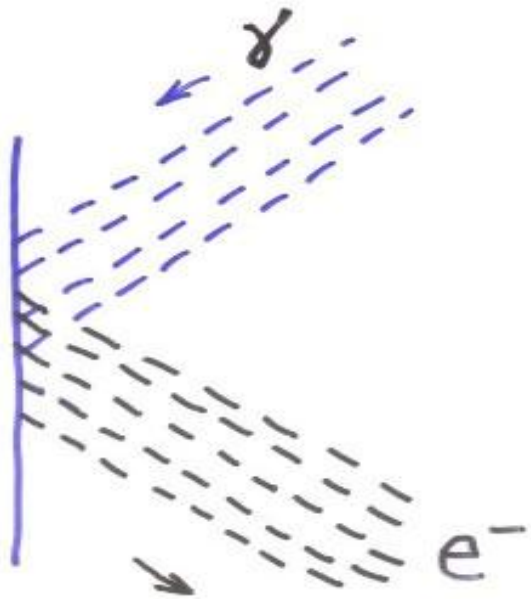
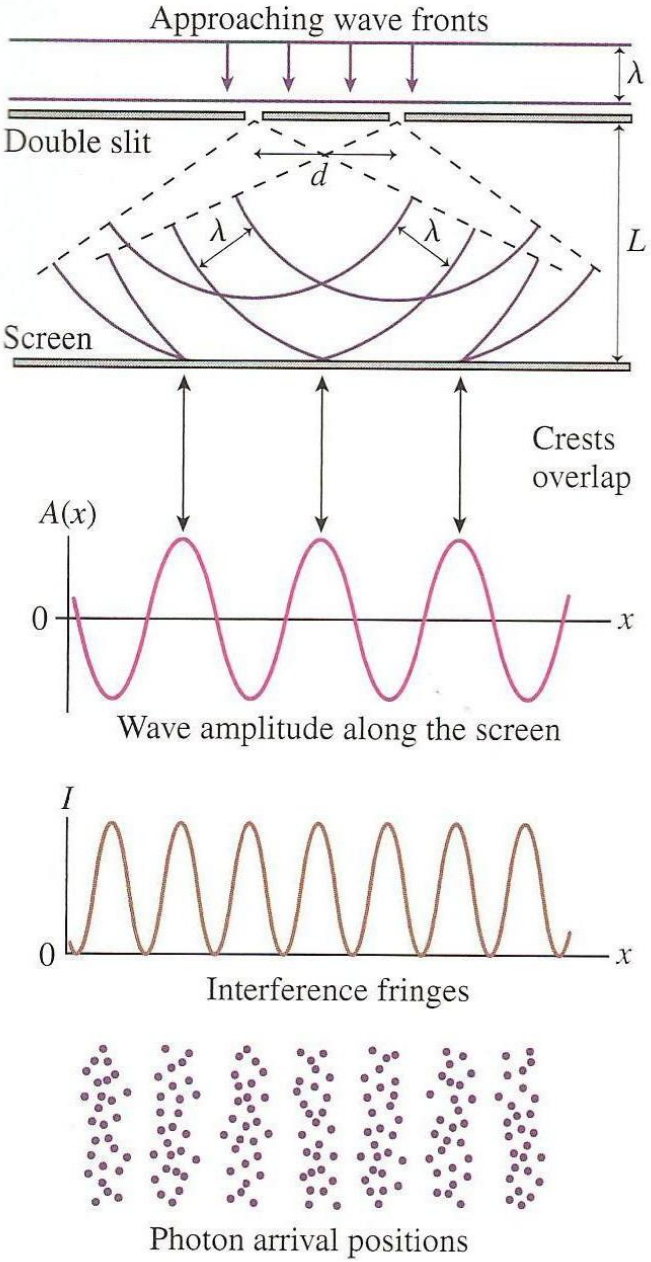
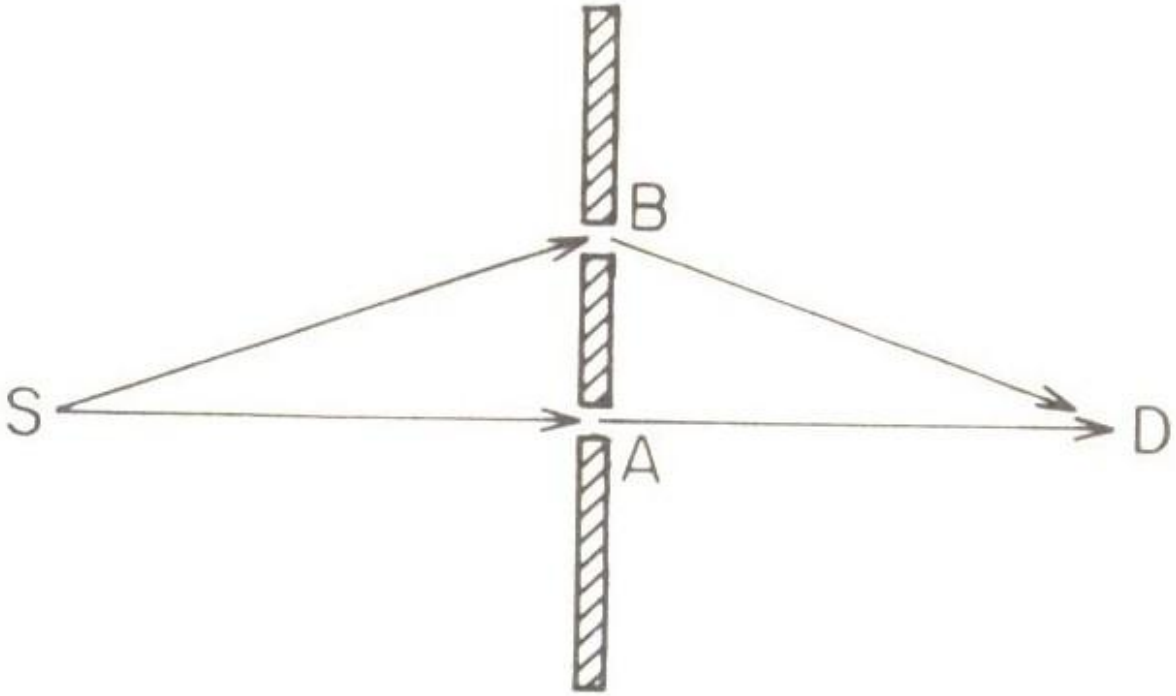


FIGURE 40.1 The double-slit experiment with light.





Only A open ,1% Only B open, 1%

Both A & B open, from 0 % to 4%

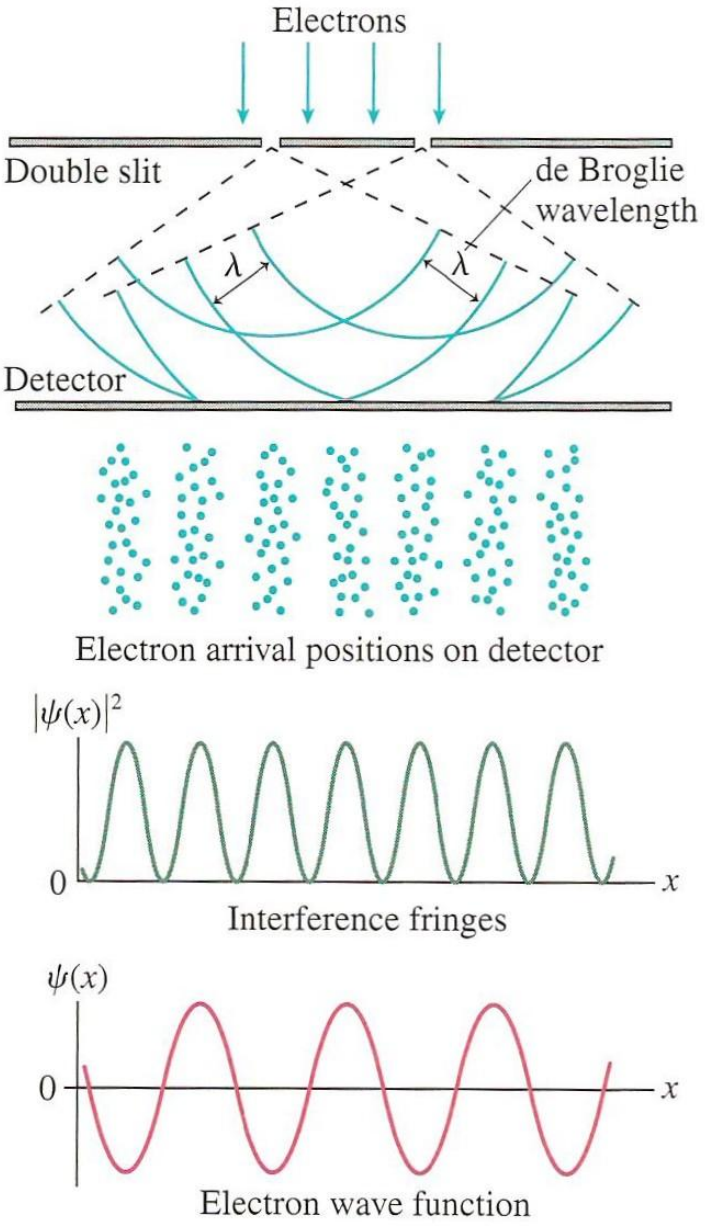
How does the photon know?

“either one way or the other” is **false**.

我思索光量子的時間遠多
過我思索相對論的時間

A. Einstein

FIGURE 40.5 The double-slit experiment with electrons.



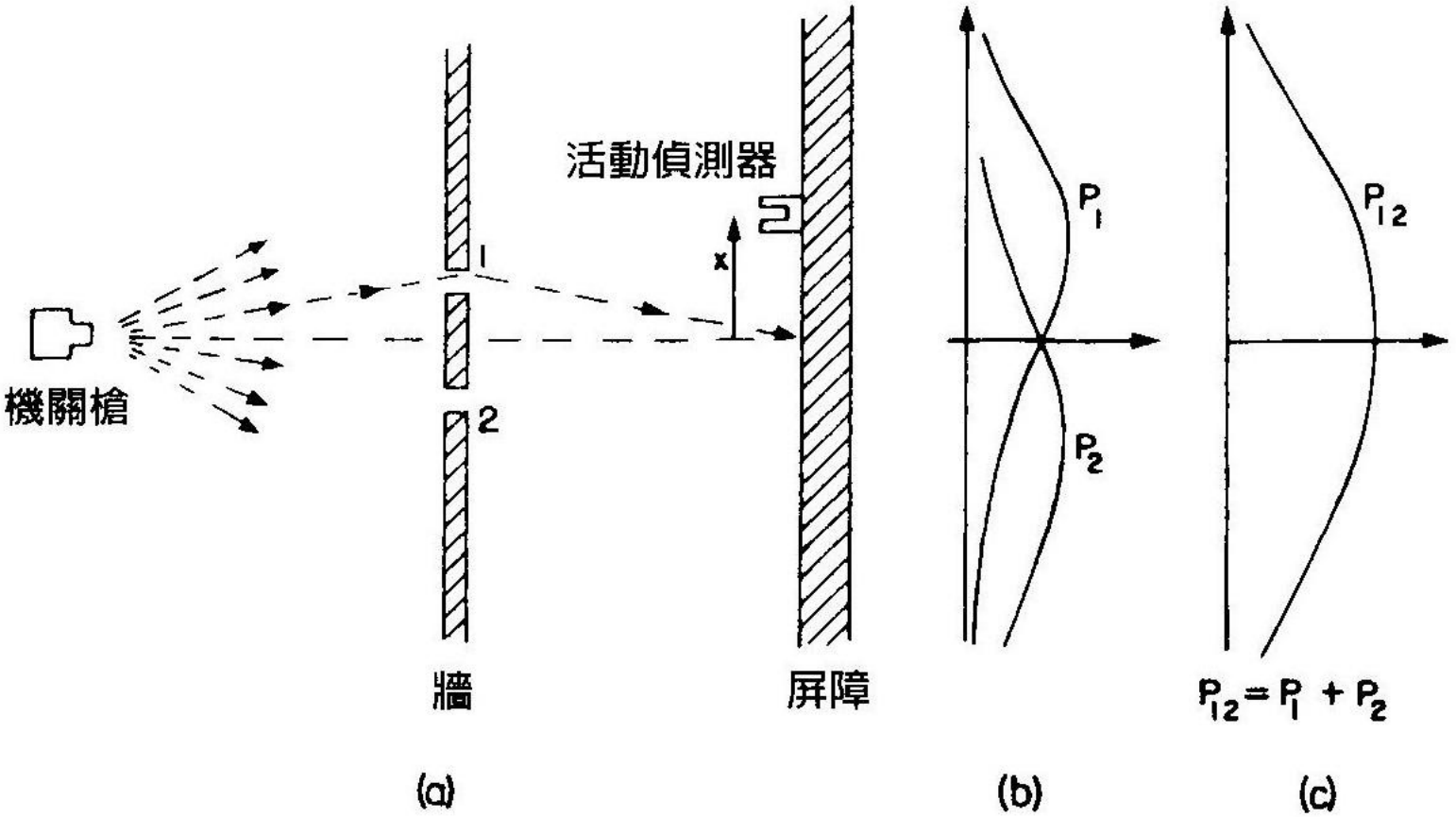


圖1-1　子彈的干涉實驗

你應該不會訝異於 P_{12} 在圖中央很大，但是如果 x 非常大，則 P_{12} 很小。不過你可能會覺得奇怪爲什麼 P_{12} 的最大值出現出於 $x = 0$。我們只要將 2 號孔蓋起來，然後重做實驗；接著換成把 1 號孔蓋起來，然後再做一次實驗，這樣子就可以瞭解什麼 P_{12} 的最大值出現中央。當 2 號孔蓋起來時，子彈只能從 1 號孔通過，實驗的結果就是 P_1 的曲線，見圖 1-1(b)。就像你可以預期的，P_1 最大值所出現的 x 位置會和機關槍以及 1 號孔連成一線。如果 1 號孔封了起來，實驗的結果就是如圖所示的 P_2 曲線，P_1 與 P_2 相對於中心而言是對稱的。P_2 是通過 2 號孔的子彈的機率分布。比較圖 1-1 的 (b) 與 (c)，就得到以下的重要結果：

$$P_{12} = P_1 + P_2 \tag{1.1}$$

我們只是把兩個機率相加起來。兩個孔都打開的效應，是每個孔單獨打開的效應之和。我們稱這是一個「**沒有干涉**」的觀測，你等一下就知道我們爲什麼這麼稱呼。我們對於子彈的討論就到此爲止。它們是一塊塊來的，而且抵達的機率沒有表現出干涉。

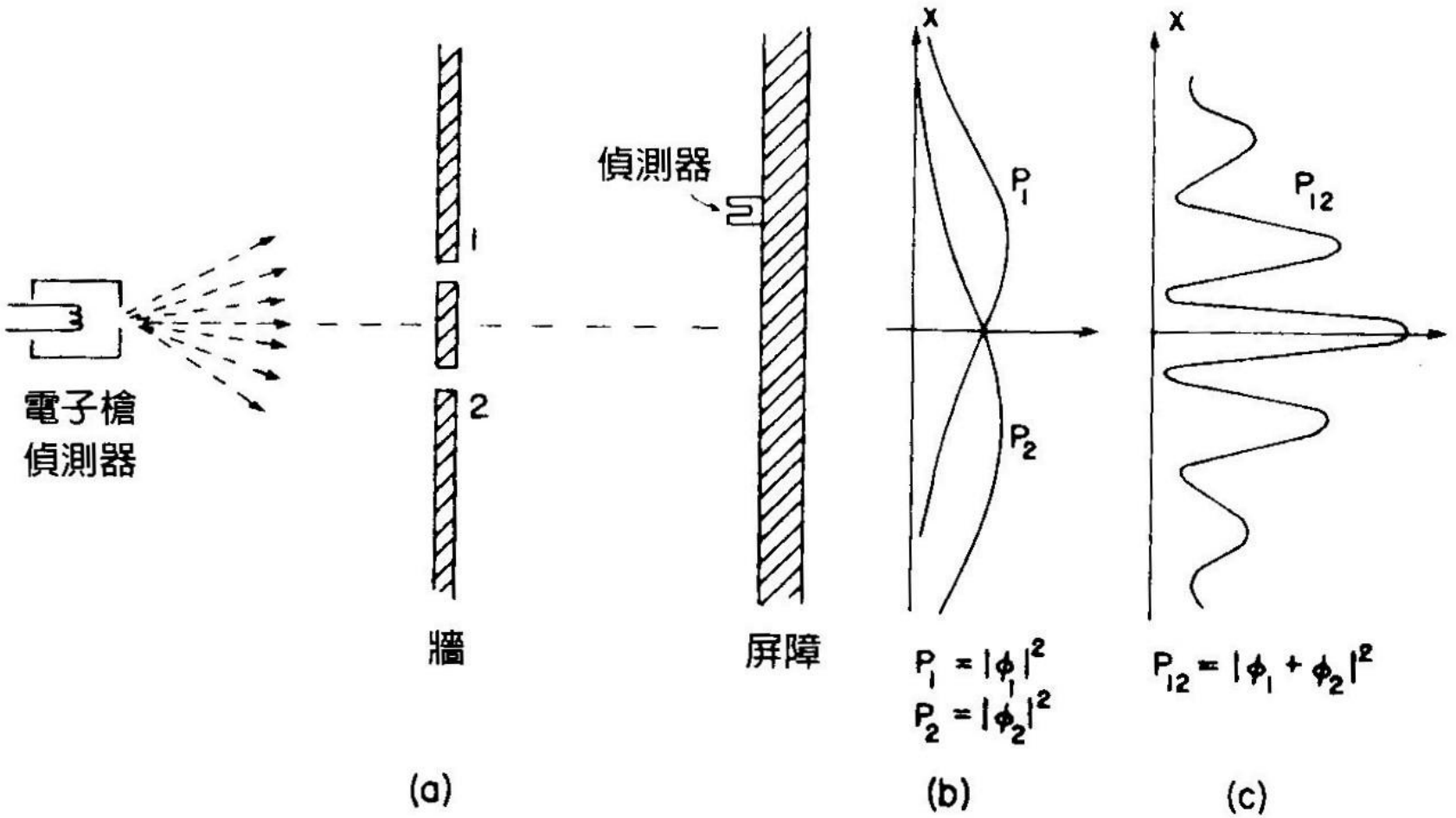

偵測器
1
3
2
電子槍
偵測器
牆
屏障
(a)
x
P_1
P_2
$P_1 = |\phi_1|^2$
$P_2 = |\phi_2|^2$
(b)
x
P_{12}
$P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$
(c)

圖1-3　電子的干涉實驗

1-5 電子波的干涉

現在我們來試著分析圖 1-3 的曲線，看看我們是否能夠理解電子的行爲。我們會說的第一件事就是，既然電子以塊狀物體抵達，那麼每塊物體，我們或許乾脆就稱它們爲電子，一定是從 1 號孔或 2 號孔穿過來。我們把這個看法寫成一種「命題」：

命題 A：每個電子**若不是**通過 1 號孔，**就是**通過 2 號孔。

假設命題 A 是對的，那麼所有抵達屏障的電子就可以分成兩類：(1) 從 1 號孔通過的，以及 (2) 從 2 號孔通過的。所以我們所觀測到的曲線，必然是從 1 號孔通過的電子以及從 2 號孔通過的電子的總效應。我們就用實驗來檢驗這個想法。首先，我們來測量通過 1 號孔的電子。把 2 號孔封起來，然後數偵測器的答聲；我們從這個答聲頻率得到 P_1。圖 1-3(b)中 P_1 曲線顯示了測量的結果。這個結果看起來還算合理。我們用同樣的方法來測量 P_2，從 2 號孔通過的電子的機率分布。這個測量的結果也顯示於圖中。

當**兩個**孔都開放之時所得到的 P_{12}，顯然不是每個孔單獨的機率 P_1 與 P_2 之和。這和我們的水波實驗類似，因此我們說：「這當中發生了干涉」。

$$\text{對電子來說：}\quad P_{12} \neq P_1 + P_2 \tag{1.5}$$

這樣的干涉是怎麼來的？或許我們應該說：「這應該是意味著塊狀物體通過 1 號孔或 2 號孔的講法是**錯誤**的，因爲如果它們眞是如此，則機率必須相加。或許它們以更複雜的方式通過，例如它們分裂成兩半……」但不是這樣的！它們不可以這樣，它們永遠以塊狀物體抵達……「嗯，說不定它們有些通過 1 號孔，然後這些電子繞過來通過 2 號孔，然後再繞幾圈，或者走其他某種更複雜的路徑……然後把 2 號孔封起來，我們就改變了從 1 號孔**出來**的電子最後會抵達屏障的機會……」但是請注意！屏障上有些地方在**兩個**孔**都**開放的時候只會接收到很少的電子，但是在我們封閉一個孔時，卻收到很多電子，所以**封閉**一個孔會**增加**來自另一個孔的電子數目。不過請注意，在機率分布圖樣的中心點處，P_{12} 比 $P_1 + P_2$ 的兩倍還大，這就像是說，關掉一個孔會**減少**通過另一個孔的電子數目，想要用電子以複雜的路徑運動來同時解釋這**兩種**效應，似乎很難。

這一切都相當神祕，你愈看它，它就似乎愈神祕。人們嘗試過很多點子來解釋 P_{12} 曲線，這些點子假設了個別電子是以複雜的方式繞過兩個孔，但沒有一個成功，沒有一個點子能夠從 P_1 與 P_2 來得到正確的 P_{12} 曲線。

可是，非常奇怪的，把 P_1 與 P_2 以及 P_{12} 連繫起來的**數學**極爲簡單，因爲 P_{12} 看起來就像是圖 1-2 中的 I_{12} 曲線，而**那**是非常簡單的。我們可以用兩個複數 ϕ_1 與 ϕ_2（它們當然是 x 的函數）來描述發生於屏障上的事。複數 ϕ_1 絕對值平方描述的是我們只開放 1 號孔時的效應，也就是 $P_1 = |\phi_1|^2$，同樣的，ϕ_2 絕對值平方描述了只開放 2 號孔時的效應，也就是 $P_2 = |\phi_2|^2$，而兩個孔都開放時的合併效應就只是 $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$。這個**數學**和我們在水波實驗中所碰到的數學是一樣的！（這個結果實在簡單，但是電子以某種奇異的軌跡從兩個孔穿出穿入，我們很難想像如何從這種複雜的方式來得到這樣的結果。）

我們的結論如下：電子以塊狀物體的形式抵達，如同粒子一樣，但是這些粒狀物抵達的機率分布，就好像是波的強度分布。因爲這樣，我們才會說電子的行爲「有時候像是粒子，有時候像是波」。

附帶一提，我們在處理古典波的時候，將**強度**定義成波振幅平方對於時間的平均，同時我們把複數當成數學技巧來使用，以簡化分析；但是在量子力學中，事實上，機率幅（probability amplitude）**一定**得用複數來表示，光使用複數的實數部分是不行的。在目前，這一點只是技術性問題，因爲公式看起來一模一樣。

既然穿過兩個孔而抵達的機率是如此簡單，儘管它並不等於$(P_1 + P_2)$，一切所能說的就是這樣了。但是自然的確以這種運作方式，這項事實牽涉到很多微妙的事情。我們現在要告訴你一些這類的微妙之處。首先，既然到達某一點的電子數目**不**等於通過 1 號孔的數目加上通過 2 號孔的數目，這是命題 A 的結論，因此毫無疑問的，我們必須認定**命題 A 是錯的**，電子**若不是**通過 1 號孔**就是**通過 2 號孔，這種講法**不**正確。但是，這個結論要用另一個實驗來加以驗證。

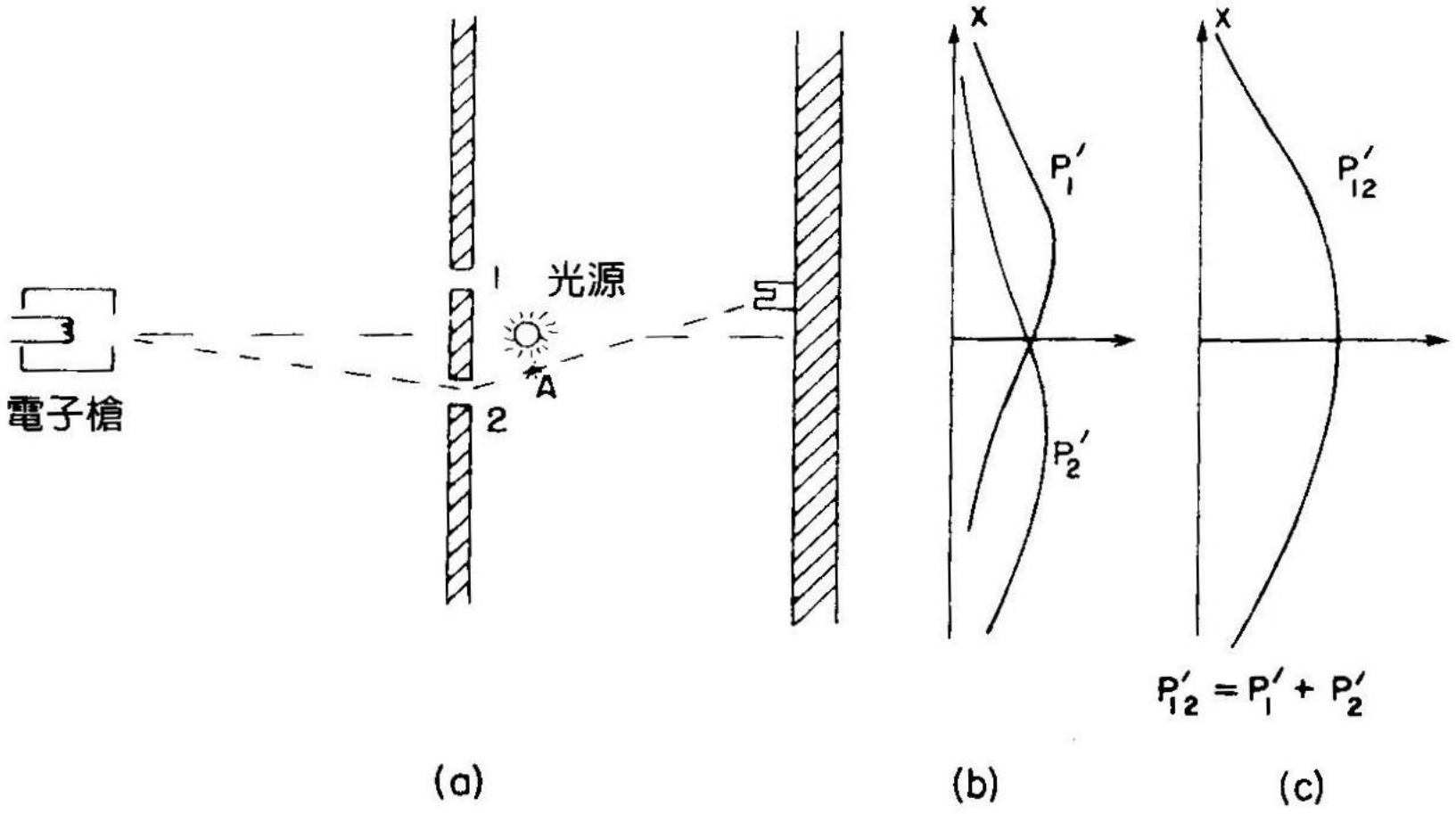


圖1-4　不同的電子實驗

1-6 觀看電子

我們現在要嘗試以下的實驗。我們在實驗裝置上附加一個非常強的光源，這光源是在牆之後、兩孔之間，如次頁的圖 1-4 所示。我們知道電荷會散射光，所以當電子通過時，無論它在往偵測器的路上是如何從牆通過的，電子會將一些光子散射進我們的眼睛，我們就可以**看到**電子怎麼前進的。例如，如果電子的軌跡通過 2 號孔，如圖 1-4 所示，我們應該看到一閃光來自圖中 *A* 點附近，而如果電子通過 1 號孔，則我們預期會看到來自 1 號孔附近的閃光。如果我們竟然看到同時來自兩個地方的光，因爲電子分裂成兩半……我們就先做實驗吧！

我們所看到的是這樣子：我們**每回**聽到來自電子偵測器的一聲「答」時，**也會看到，若不是** 1 號孔附近、**就是** 2 號孔附近的閃光，但是**絕不會**看到同時來自兩孔的閃光！我們從這種觀測所下的結論是，當我們看到電子之時，發現電子如果不是從這個孔通過，就是從那個孔通過。實驗上，命題 A 必須是眞的。

那麼，來，我們**反對**命題 A 的論證，錯在哪裡？爲什麼 P_{12} 並不等於 $P_1 + P_2$？回到實驗！讓我們追蹤電子，看看它們到底在做什麼。對於偵測器的每個位置（x 位置）來說，我們會數抵達的電子，**並且**藉由所看到的閃光來追蹤它們到底穿過哪個孔。我們可以用底下的方式來記錄：每當我們聽到一聲「答」，而且在 1 號孔附近看到閃光，我們便在第一欄記下一筆，如果在 2 號孔附近看到閃光，我們則在第二欄記下一筆。我們將所有到達的電子分成兩類：第一類通過 1 號孔，第二類則通過 2 號孔。我們從第一欄所記錄的數目，得到電子會經過 1 號孔而抵達偵測器的機率 P'_1，同時從第二欄所記錄的數目，得到電子會經過 2 號孔而抵達偵測器的機率 P'_2。如果我們對於不同的 x 值，重複這種測量，就得到了圖 1-4(b) 所示的曲線 P'_1 與 P'_2。

嗯，這並不太令人驚訝！我們得到的 P'_1 相當類似於先前把 2 號孔封起來而得到的 P_1，P'_2 也很類似於把 1 號孔封起來而得到的 P_2；所以並**沒有**任何複雜的情況，例如同時從兩個孔通過。當我們在看電子的時候，它們就以我們預期的方式通過。無論 2 號孔是封閉的或是開放的，我們看到從 1 號孔通過的那些電子，其分布方式不會有任何改變。

可是等一下！那麼**現在**的**總**機率——電子藉由任何路徑抵達的機率，會是什麼呢？我們已經有了所需的資訊。我們只要假裝從不去看閃光，並且把以前區分成兩類的偵測器所發出的「答」聲次數合併起來，我們**必須**只把數目**加**起來。我們發現，電子會從兩孔之一通過而抵達屏障的機率 P'_{12}，的確等於 $P_1 + P_2$。換句話說，雖然我們成功的看到了電子從那個孔通過，卻再也得不到干涉曲線 P_{12} 了，而是得到新的、沒有顯現干涉的 P'_{12}！可是如果我們拿掉光，干涉曲線 P_{12} 又會出現。

我們必須推斷，**當我們在看電子的時候**，它們在屏障上的分布不同於我們不去看電子時的分布。或許將光源打開這回事干擾了原來的狀況？電子一定是非常細緻精巧，以致於當光從電子散射出來時，光推了一下電子，而改變了電子的運動。我們知道光的電場會對電荷施力，所以或許我們**應該**預期電子的運動會受到影響。因爲我們試著去「看」電子，因此改變了電子的運動。也就是說，當光子爲電子散射出來時，使得電子搖了一下，以致於電子運動的變化足以讓原本**或許**會跑到 P_{12} 最大值之處的電子，卻跑到了 P_{12} 的最小值之處。這就是爲何我們不再看到波狀的干涉效應。

你或許會想：「不要用那麼亮的光！把亮度調低一點！這麼一來，光波就會弱一些，比較不會太干擾了電子。當然只要光愈來愈暗，光波終究會弱到沒有什麼效應。」好，我們就來試試。我們首先注意到，從電子通過時所散射出來的閃光並**不會**變弱。**閃光永遠是同樣的大小**。當光愈來愈暗時，唯一會發生的事情是，我們有時候會聽到來自偵測器的「答」聲，卻**完全沒有看到閃光**；通過的電子完全沒有「被看到」。我們所觀測到的是光，行爲**也**和電子一樣；我們**以前就知道**光是「波狀的」，但是現在我們發現光也是「塊狀的」。光總是以叫做「光子」的塊狀物抵達，或者被散射。當我們把光源的**強度**調低時，我們並沒有改變光子的**大小**，我們只是改變它們發射的**速率**。**這就是**爲什麼當光源很微弱的時候，有些電子會沒被看見，因爲電子通過的時候，剛好沒有光子在附近。

難道沒有**某種**辦法，讓我們可以在不干擾電子的情況下看到電子嗎？我們以前學過，「光子」所帶的動量與波長成反比（$p = h/\lambda$）；當光子往我們眼睛散射過來時，電子受搖動的程度當然會取決於光子所帶的動量。啊哈！如果我們只想輕微的干擾電子，我們應該降低的不是光的**強度**，而是應該降低其**頻率**（這與增加其波長是一樣的）。我們就用紅一點的光，甚至是紅外光或無線電波（像雷達），並且利用能夠「看到」這些長波長電磁波的某種儀器來「看」電子跑到哪裡去。我們如果用了「較溫和」的光，就比較不會干擾到電子。

我們就用波長較長的光來做實驗。我們將重複的做實驗，但是每次實驗都讓波長變長一些。起初似乎什麼也沒改變，結果還是一樣，可是接下來事情就糟糕了。你記得我們在討論顯微鏡時曾指出，由於光的波動性，兩點不能靠得太近，否則就不能被區分開來：兩個點最靠近而又能被區分開來的距離約是光的波長。所以現在當我們讓波長比兩個孔之間的距離更長時，一旦光被電子散射，我們就會看到一道**很大**的模糊閃光，我們再也弄不清楚電子到底通過哪個孔！我們僅知道它是從某個地方通過！只有在這種光的顏色（波長）之下，我們才會發現，電子所受到的干擾足夠小到讓 P'_{12} 開始看起來像 P_{12}，我們才會開始看到一些干涉效應。只有當波長大過兩孔的距離時（我們沒有機會知道電子是怎麼跑的），來自光的干擾才夠小，我們才能得到圖 1-3 所示的 P_{12} 曲線。

這些都有點令人沮喪。如果每當我們「看到」電子的時候，我們都是看到同樣大小的閃光，那麼我們所看到的電子就**永遠**是受到干擾的電子。無論如何，我們用微弱的光來做實驗看看。現在每當我們聽到偵測器的「答」聲時，我們將結果分成三類紀錄：第一欄記錄的是在 1 號孔所看到的電子，第二欄記錄的是在 2 號孔所看到的電子，第三欄記錄的是完全沒被看到的電子。一旦我們把數據整理出來（把機率算出來），我們會得到以下的結果：那些「在 1 號孔被看到」的電子，分布類似 P'_1；那些「在 2 號孔被看到」的電子有類似 P'_2 的分布（所以「在 1 號孔或 2 號孔被看到」的電子有類似 P'_{12} 分布）；而那些「完全沒被看到」的電子則有類似圖 1-3 中 P_{12} 的「波狀」分布！**如果電子沒被看見，我們就有干涉效應**！

這是可以理解的，當我們沒有看到電子，就沒有光子干擾它，但是一旦我們看到了電子，它就受到光子的干擾。每次干擾的程度都是一樣的，因爲所有的光子都會產生同樣大小的效應，而光子散射的效應已足以抹殺干涉效應。

我們從實驗中發現，利用光來辨認電子從哪個孔通過，同時又不至於干擾到干涉現象，這是不可能的。首先瞭解這一點的是海森堡，他認爲除非我們的實驗能力受到某種以前未曾認知的基本限制，不然當時發現不久的新自然定律（量子力學）就會出現矛盾。他提出了**測不準原理**（uncertainty principle）做爲普遍原理，用我們的實驗來說這個原理的意思是：「我們不可能設計出一種裝置既可以決定電子從哪個孔通過，又可以不過於干擾電子、讓干涉圖樣保留下來。」如果有個裝置能夠決定電子從哪個孔通過，它就**不會**太精巧細緻，因爲如此一來就可以不怎麼干擾到干涉圖樣。至今還沒有人能找出（或甚至想到）逃過測不準原理的辦法，所以我們必須假設這個原理的確描述了自然的一種基本特性。

我們現在用來描述原子（以及事實上所有物質）的完整量子力學理論，完全取決於測不準原理是否正確；既然量子力學是如此成功的理論，我們對於測不準原理的信心也就增強了。然而一旦出現一種「打敗」測不準原理的方法，量子力學就會得到矛盾的結果，也就無法成爲描述自然的正確理論而遭拋棄。



測不準原理

Uncertainty Principle

海森堡 1927

不確定原理

我們**不可能**設計出一種裝置既可以決定電子從那個孔通過，又可以不過於干擾電子地讓干涉圖樣保留下來。

在量子力學這一套理論中，粒子並**不**具有**單一軌跡**。但是我們是否能夠從實驗中測量出粒子的軌跡？如果可以，量子力學就會「出大麻煩」！

測不準原理：

實驗永遠**無法**告訴我們粒子的軌跡為何。

（**如果**我們希望保留粒子的量子特性）

對於光子來說，在進入偵測器之前的狀態是**不能**用古典觀念去看待的。愛因斯坦曾問說：「如果妳不去看月亮，月亮還會在那裡嗎？」

光子、電子沒有軌跡可言！它們被看到的時候好像是粒子，但沒有被看到的時候卻像是波！



Figure 9.5 Drawing by Charles Addams.
© Tee and Charles Addams Foundation

什麼是目前描述量子世界的最佳方式(理論架構)?

量子力學、量子場論

量子電動力學(Quantum Electrodynamics，簡稱**QED**)是一個很好的例子

十億分之一的精確度

Conservative Interpretation:

Quantum Mechanics is not about individual events, but about the statistical properties of collections of events.

Copenhagen interpretation: (Bohr, Heisenberg)

Prior to the measurement of an object, the object has **no definite physical existence**. Prior to a measurement, an object's existence and properties cab be described only by various probabilities.



Niels Bohr
1885 - 1962
波爾

哥本哈根詮釋與客觀實在

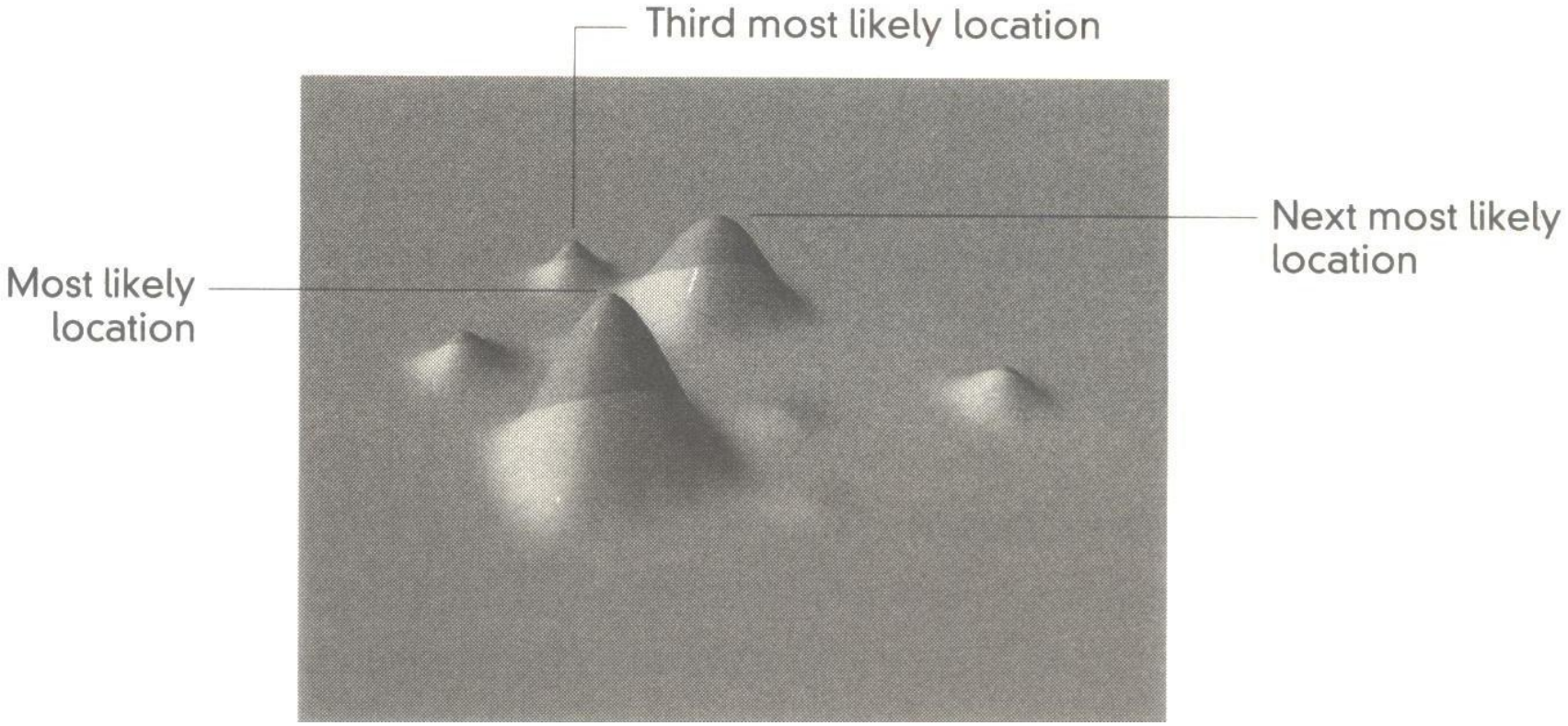
Copenhagen interpretation and objective reality

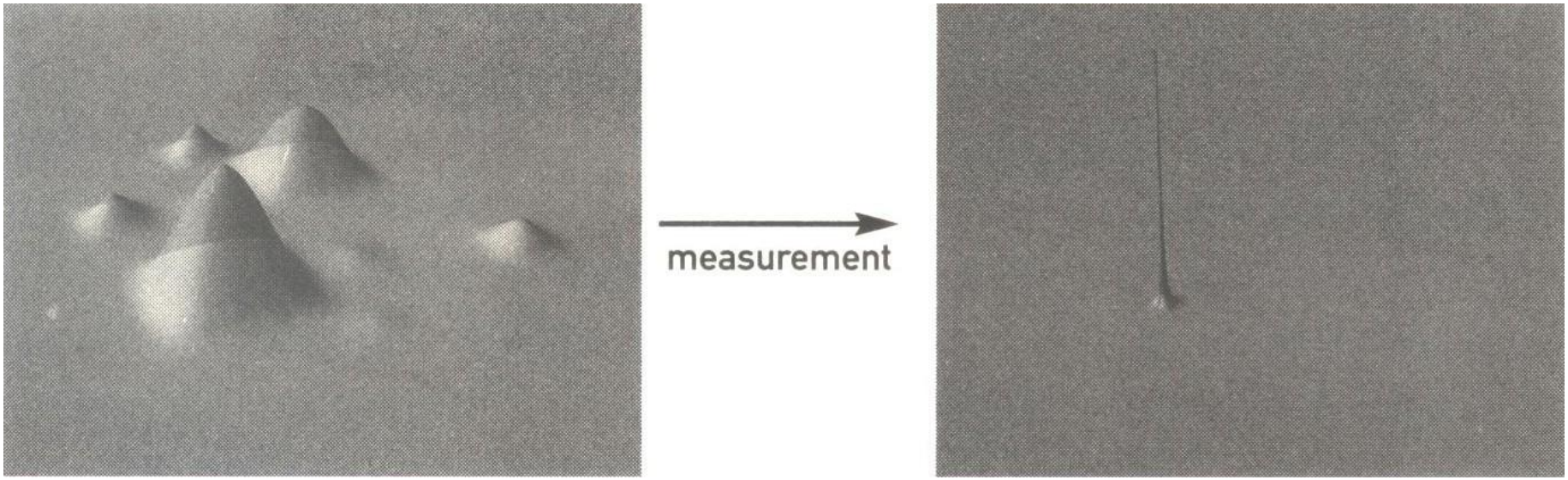
Observations not only disturb what is to be measured, they produce it.

An example: **a photon bouncing off an atom**

The photon does not observe the atom. After the encounter, the photon is a wave of probability moving off in alll directions. The photon and atom are in a superposition state that includes all possible positions of the atom before their encounter. **Only when a macroscopic measuring instrument records the direction along which the photon came away from the atom does the existence of the atom in a particular position become a reality.**

Copenhagen Interpretation asserts that no property of a macroscopic object exists until it is produced by observation. Since an object is nothing but the sum of its properties, some say that an unobserved microscopic object has no physical existence!


Third most likely location
Next most likely location
Most likely location


measurement

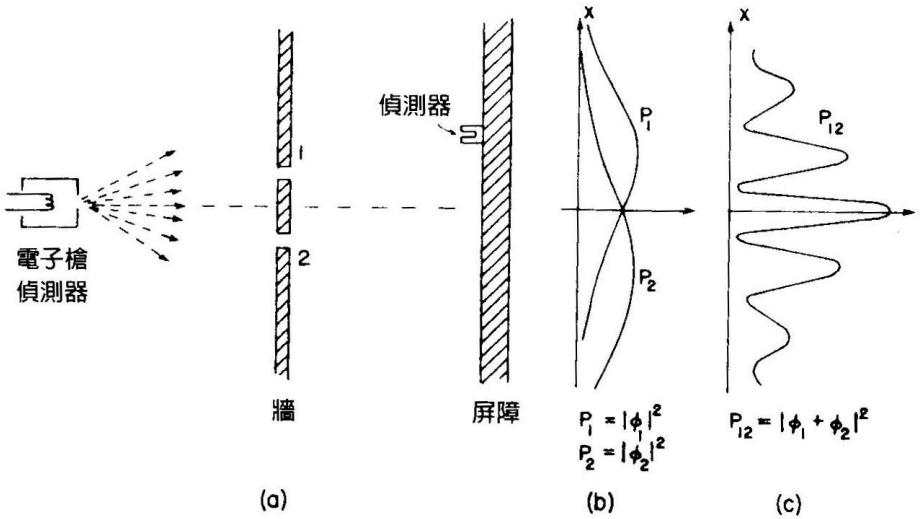

3
電子槍
偵測器
1
2
牆
偵測器
屏障
(a)
x
P_1
P_2
$P_1 = |\phi_1|^2$
$P_2 = |\phi_2|^2$
(b)
x
P_{12}
$P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$
(c)

圖1-3 電子的干涉實驗

What is the boundary between the microscopic and the macroscopic worlds ?

Is not the measuring device also just a bunch of atoms?

Bohr

There is no quantum world. There is only an abstract quantum description. It is wrong to think that the task of physics is to find out how nature is. Physics concerns what we can say about nature.

Einstein disagreed.

Hidden Variable Theory?

Realistic Interpretation of QM

(QM is like Classical Statistical Mechanics)

Bell inequality

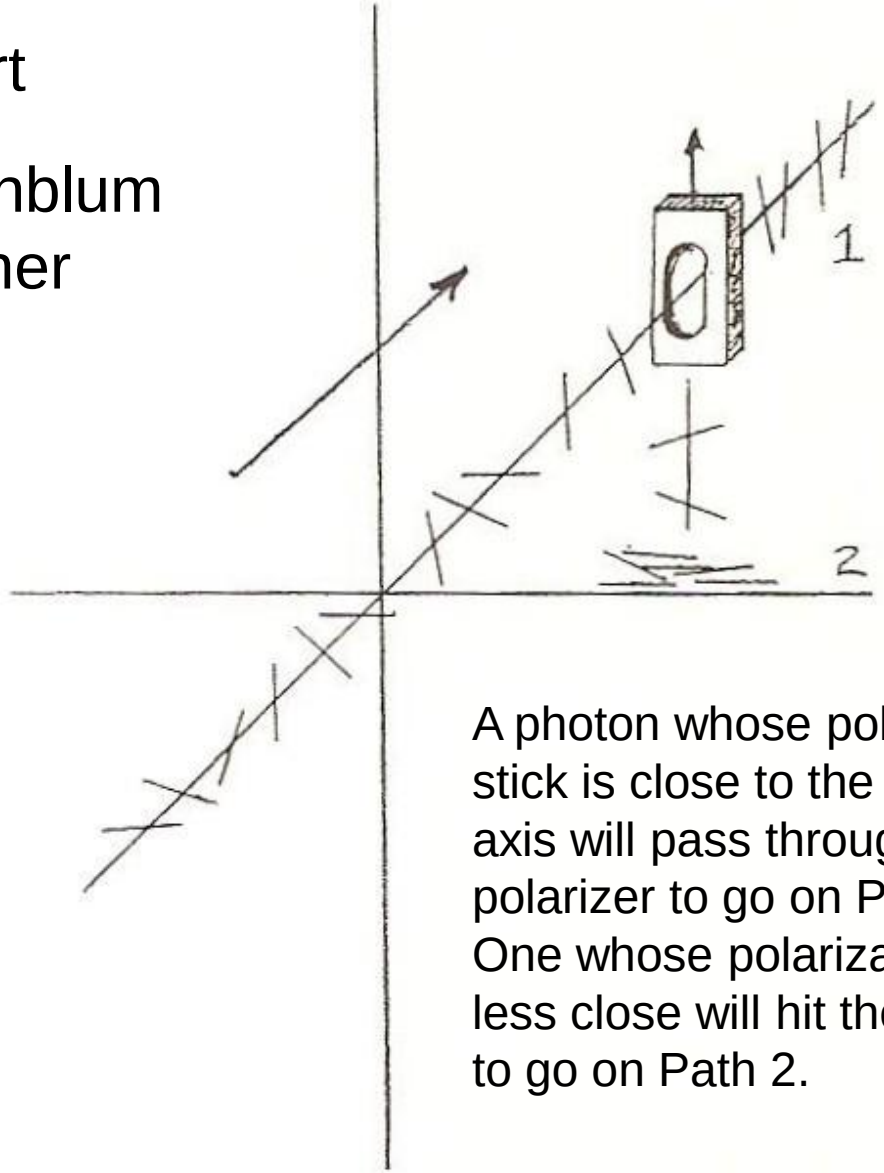
EPR paradox

A crude version of Bell inequality

Nick Herbert

Bruce Rosenblum & Fred Kuttner

The random angle of the stick is the hidden variable.

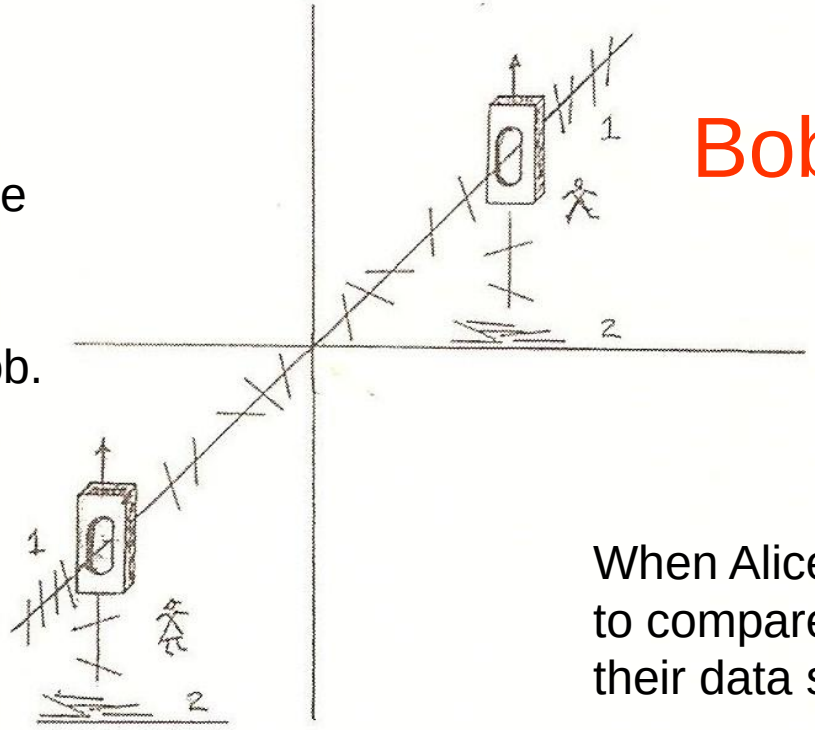


Each photon's behavior is determined by a physically **real** property of that photon, the angle of a solid stick, not by something created by observation..

A photon whose polarization stick is close to the polarizer axis will pass through the polarizer to go on Path 1. One whose polarization is less close will hit the polarizer to go on Path 2.

Figure 13.2 A stick model of photons and a polarizer

Twin photons with identical polarizations are emitted in opposite directions from a source midway between Alice and Bob.



Bob

Alice

When Alice and bob come together to compare their results, they find their data streams identical.

What happens to a photon at one polarizer cannot not possibly affect its twin at the other.

Locality (Separability)

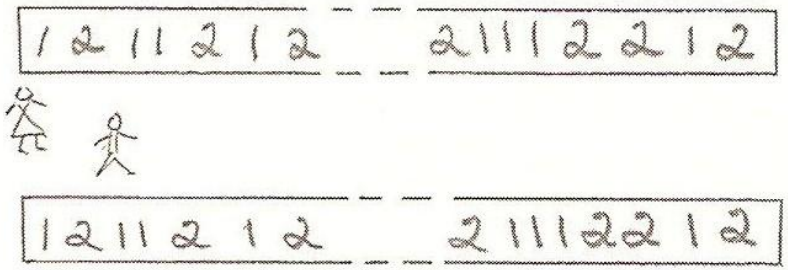


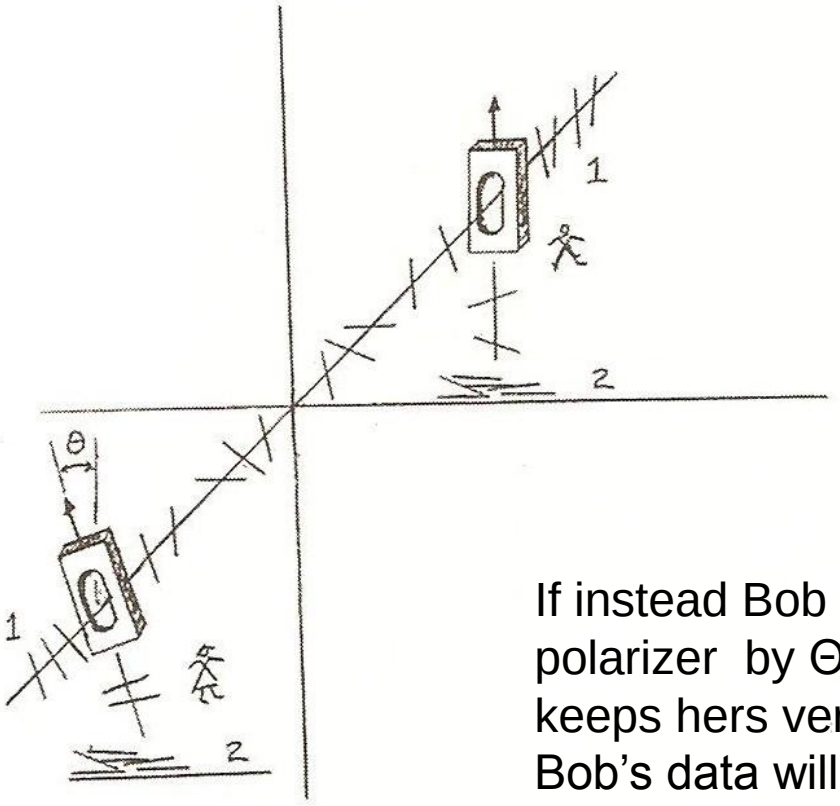
Figure 13.3 Experiment I

“If without in any way disturbing a system, we can predict with certainty ….the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity.”

Einstein, Podolsky & Rosen(1935)

“Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?”

Alice rotates her polarizer by a small angle Θ. Bob keeps his polarizer axis vertical.



The percentage of “errors” of Alice’s data is small for small angle, say, 5%.

If instead Bob rotates his polarizer by Θ and Alice keeps hers vertical, then Bob’s data will have an error rate of 5%.

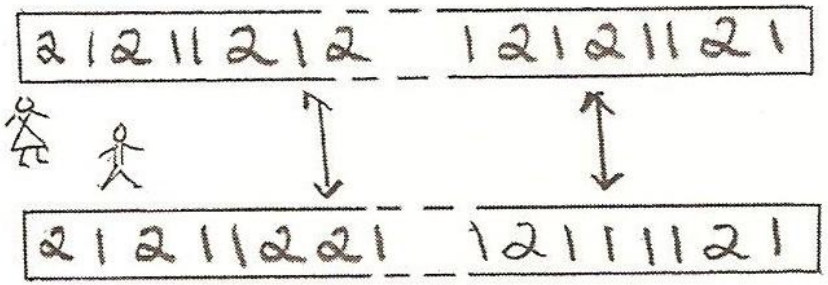
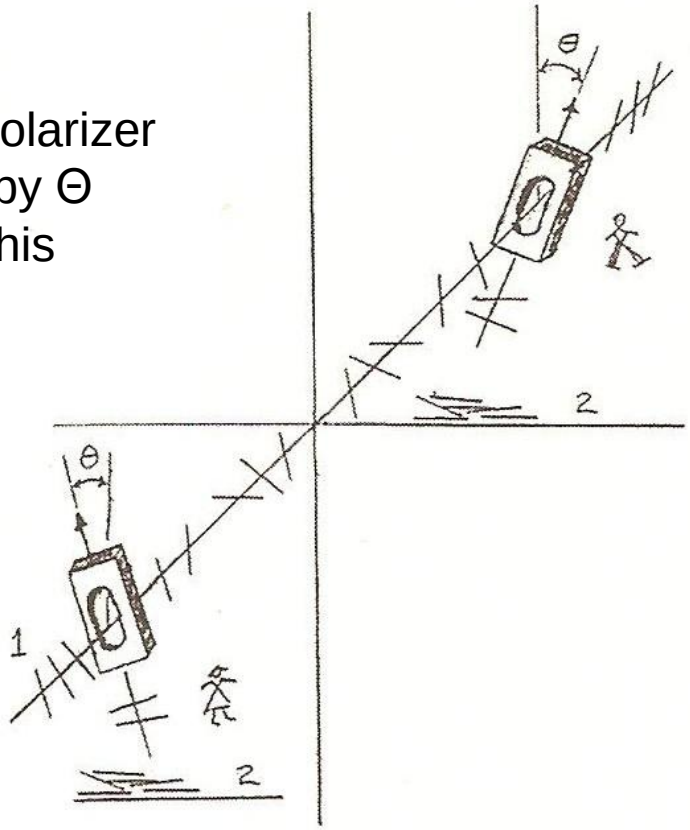


Figure 13.4 Experiment II

Alice rotates her polarizer counterclockwise by Θ while Bob rotates his clockwise by Θ.



We expect an error rate of no more than 10%.

For example, twin photons with vertical polarization will both be rejected and would not record as an error.

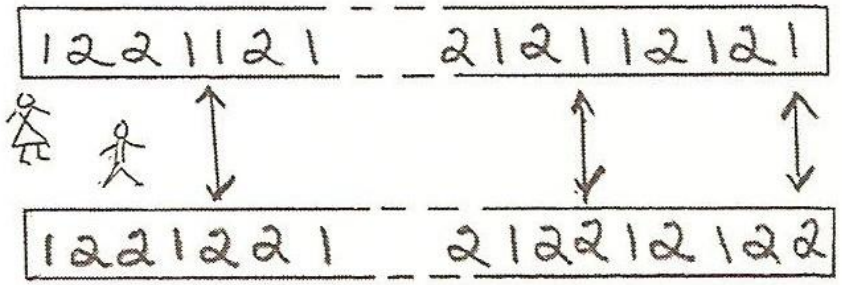


Figure 13.5 Experiment IV

The error rate when both polarizers are rotated by Θ (in opposite directions) is equal to, or less than, twice the error rate for the rotation by Θ of a single polarizer,

$$2N(\Theta) \geqq N(2\Theta)$$

Relative angle

Bell inequality

Yet QM says that $N(\Theta) = 1 - \cos^2(\Theta)$ (Malus's law)

QM violates the Bell inequality!

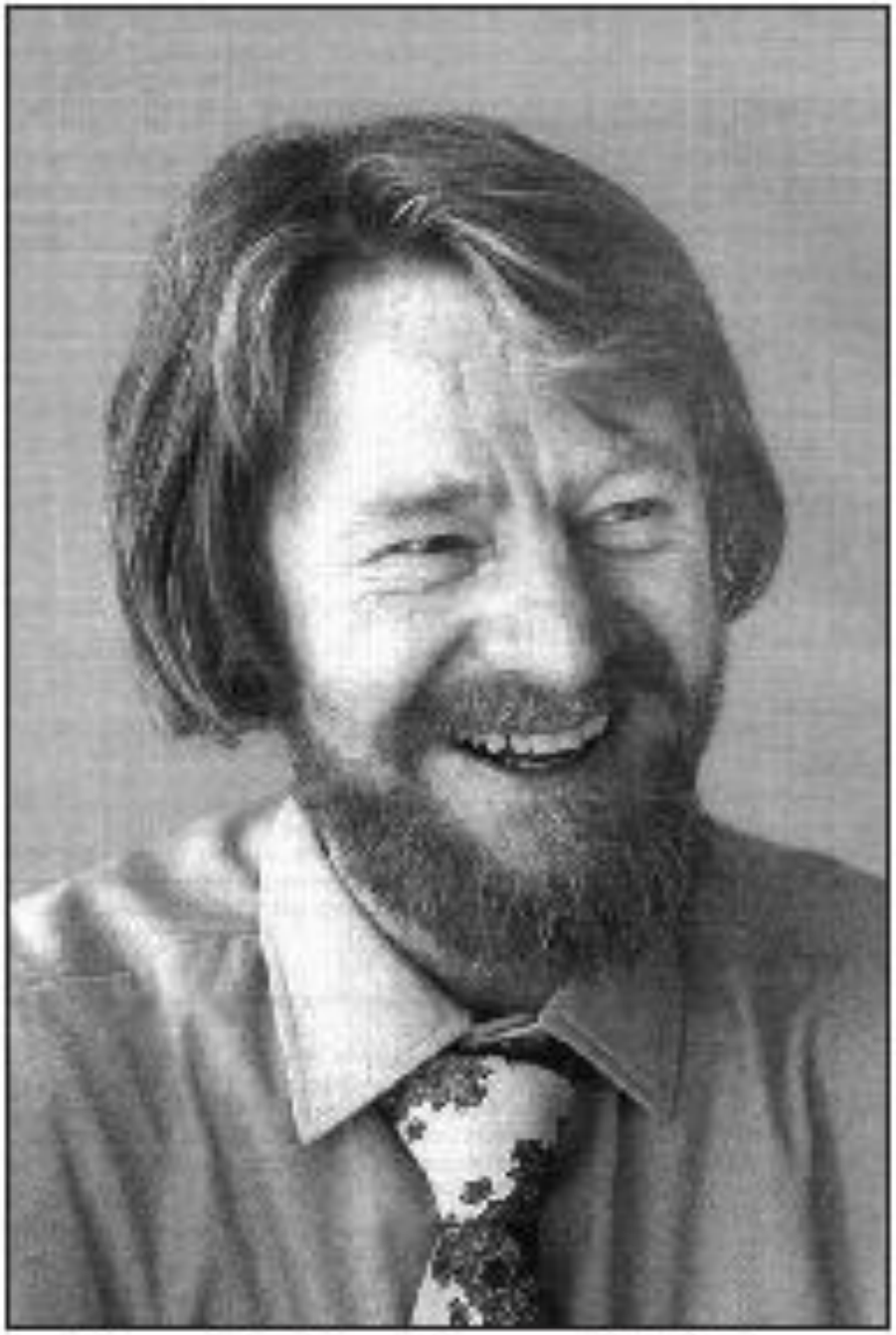


Fig. 1. John Stewart Bell

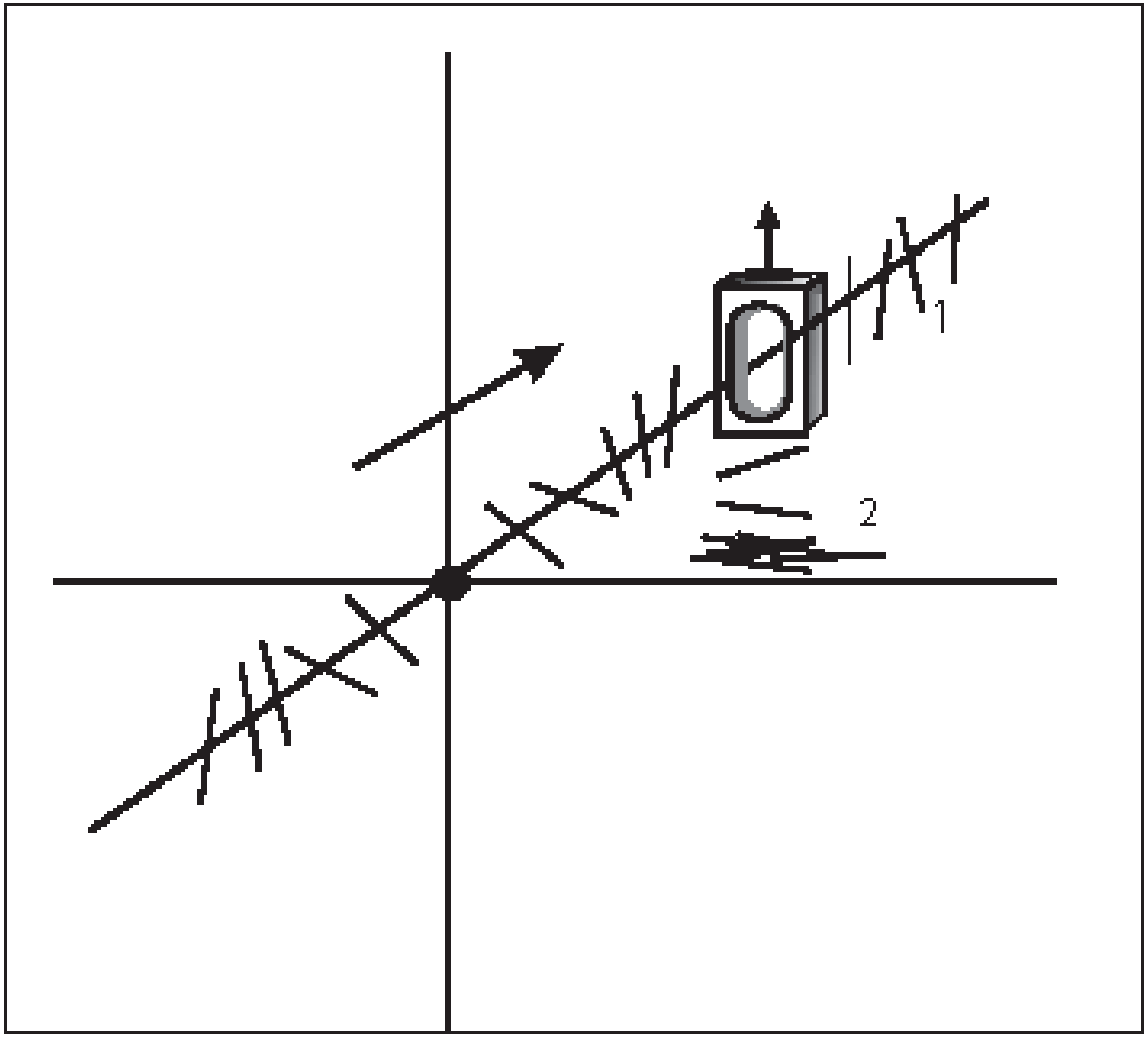


Fig. 2. Model of stick photons and oval polarizer.

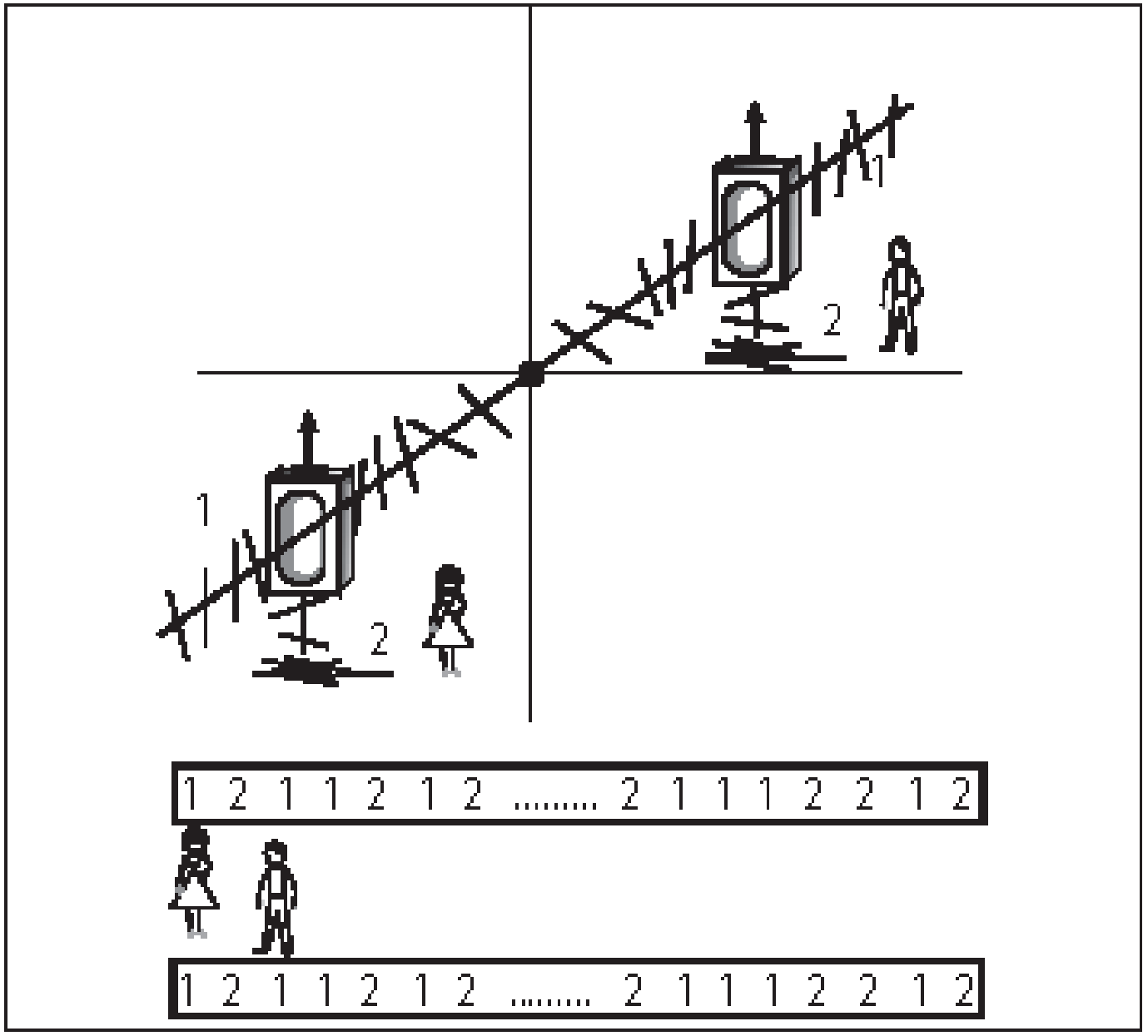


Fig. 3. Experiment I. Polarizers aligned. Alice's and Bob's data identical.

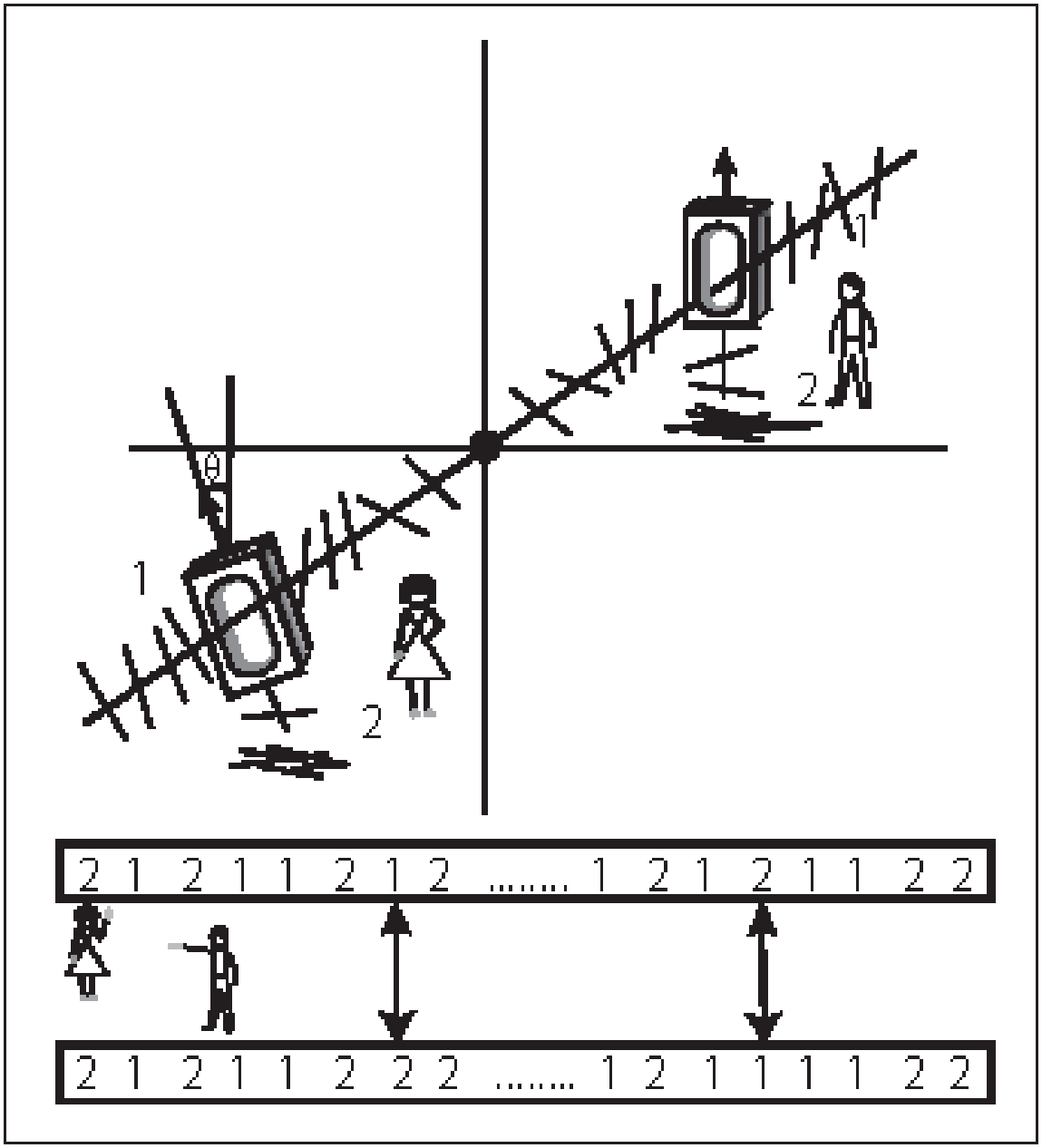


Fig. 4. Experiment II. Alice's polarizer rotated. Mismatches due to the rotation of Alice's polarizer.

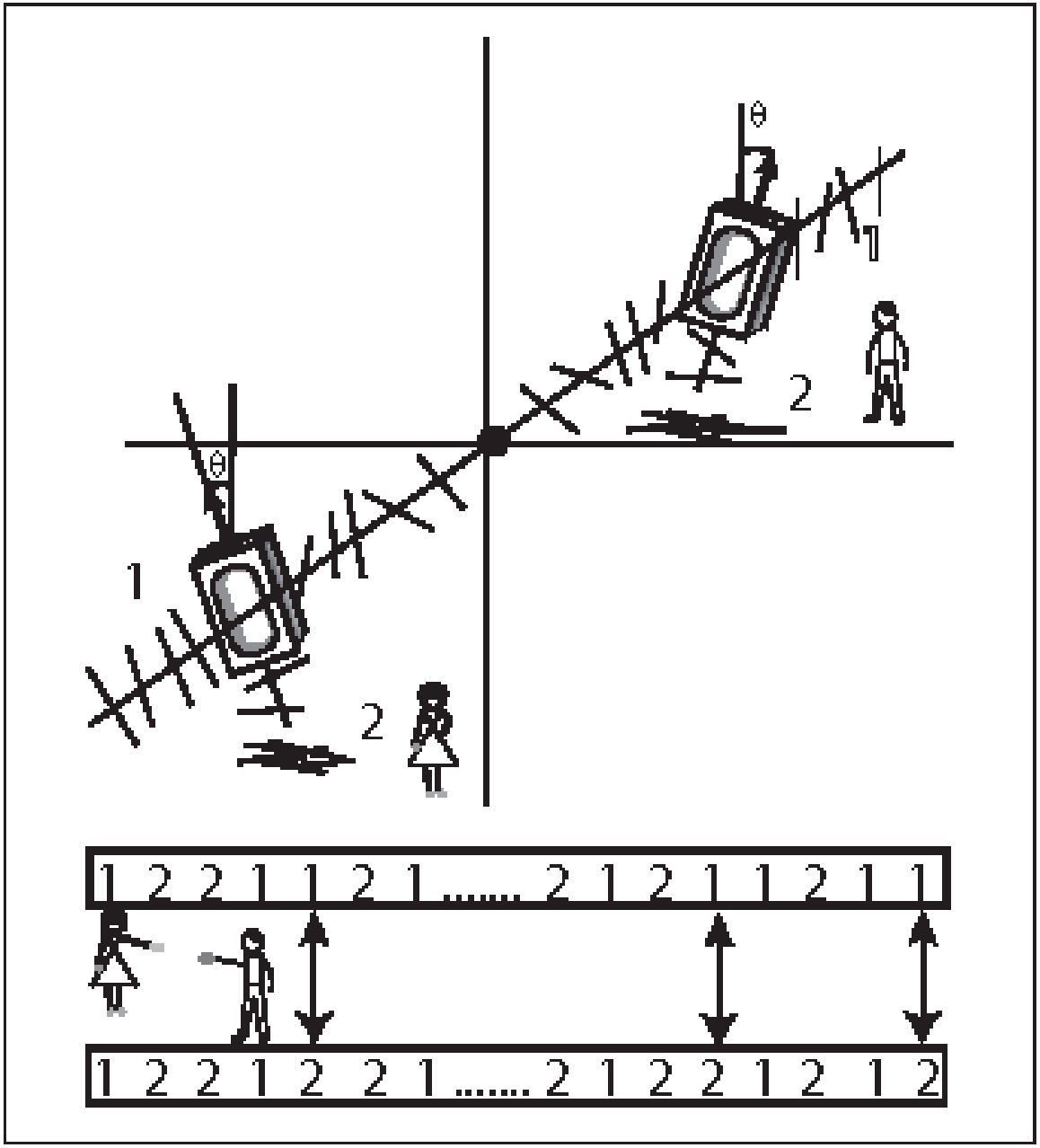


Fig. 5. Experiment IV. Both Alice's and Bob's polarizers rotated. Mismatches due to both rotations.

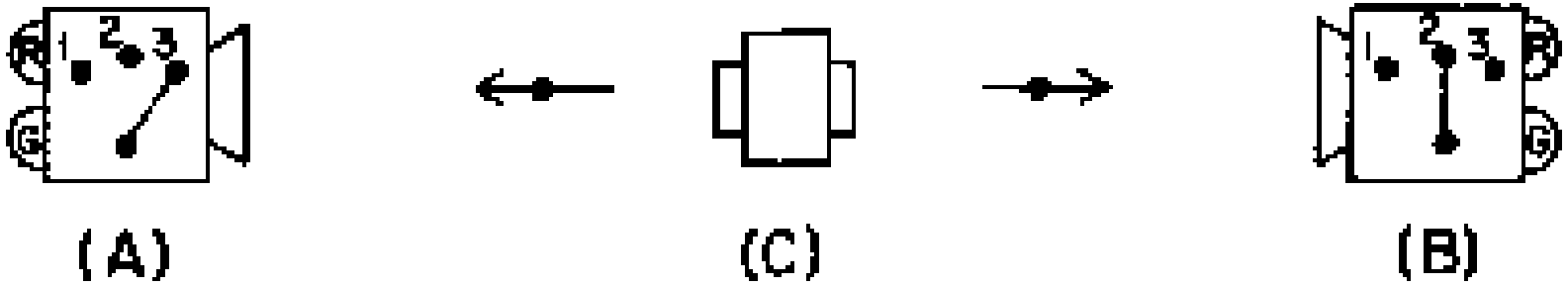


Fig. 2. Complete device. *A* and *B* are the two detectors. *C* is the box from which the two particles emerge.

Am. J. Phys. 49, 940 (1981) by N. D. Mermin

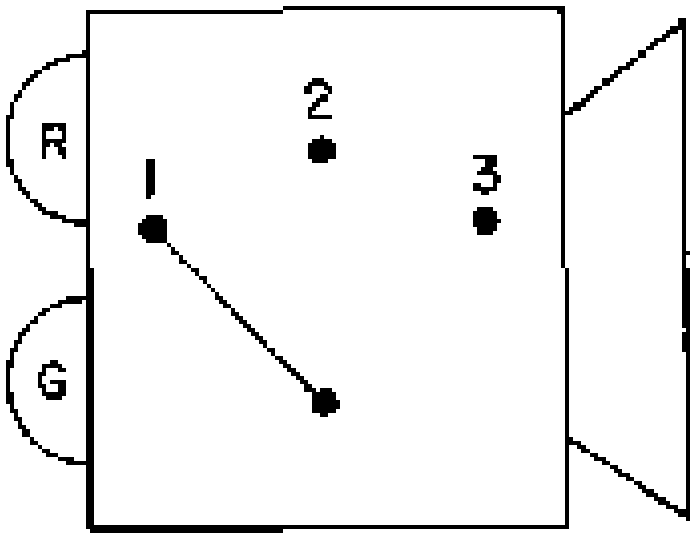


Fig. 1. Detector. Particles enter on the right. The red (R) and green (G) lights are on the left. The switch is set to position 1.

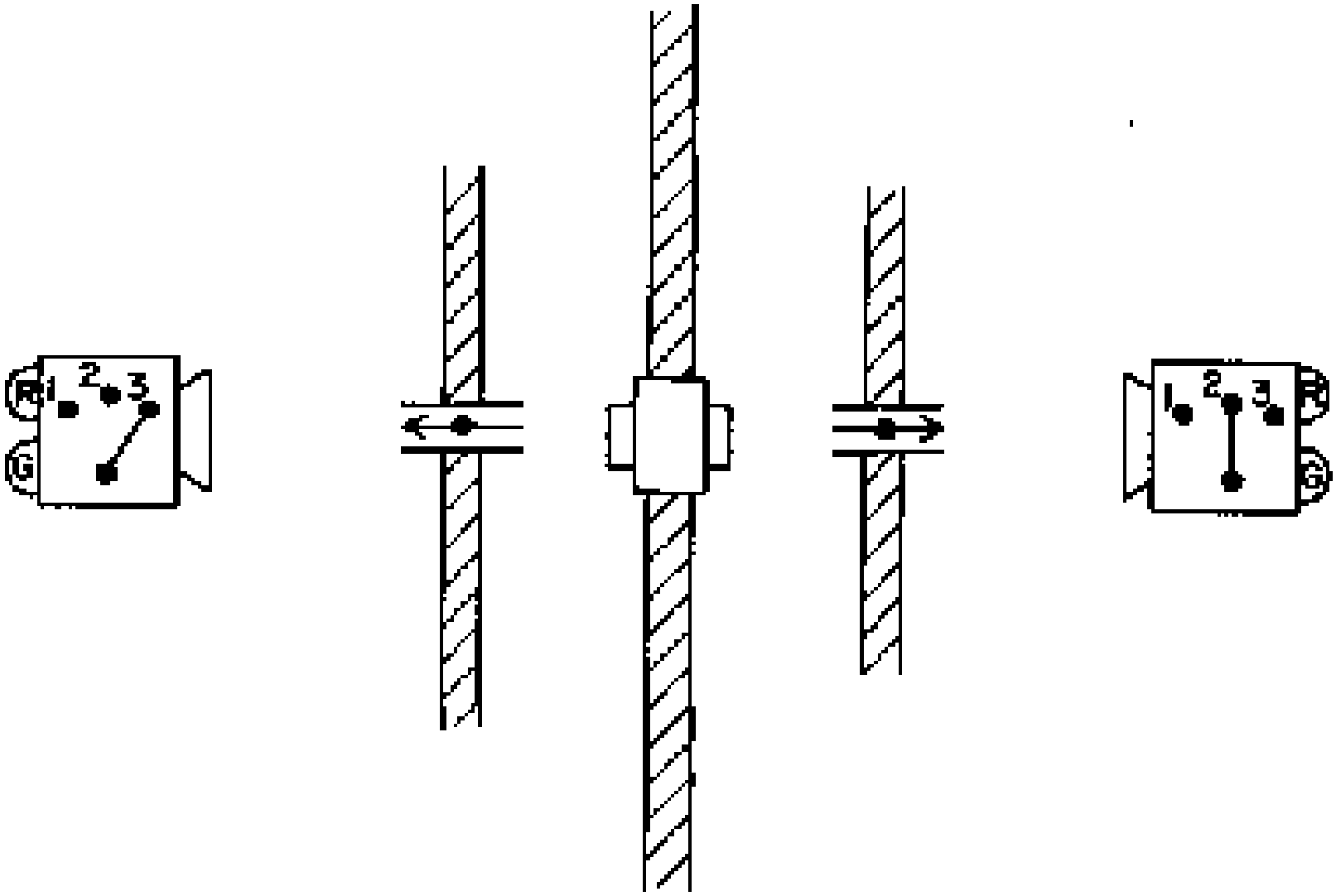
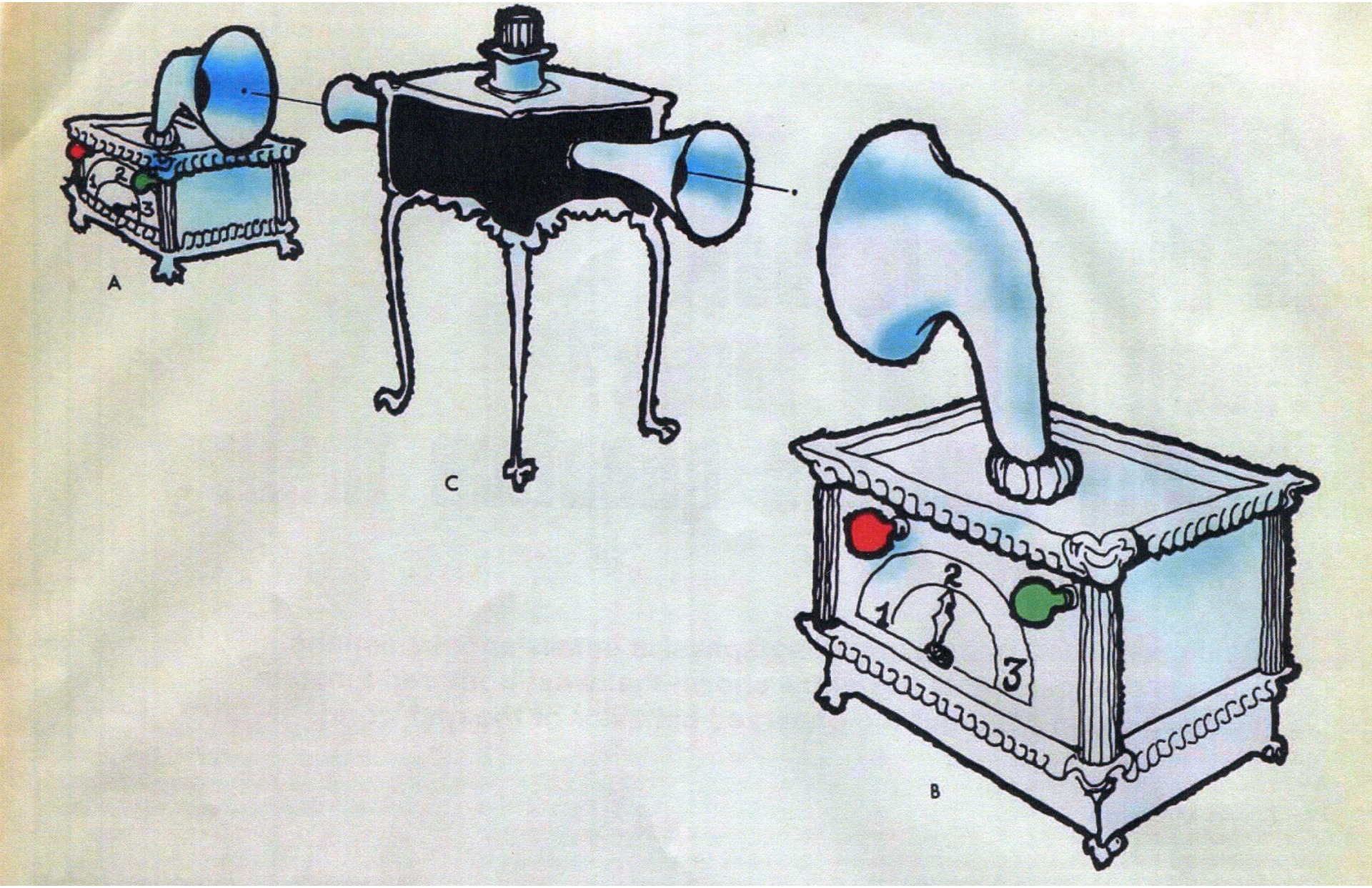
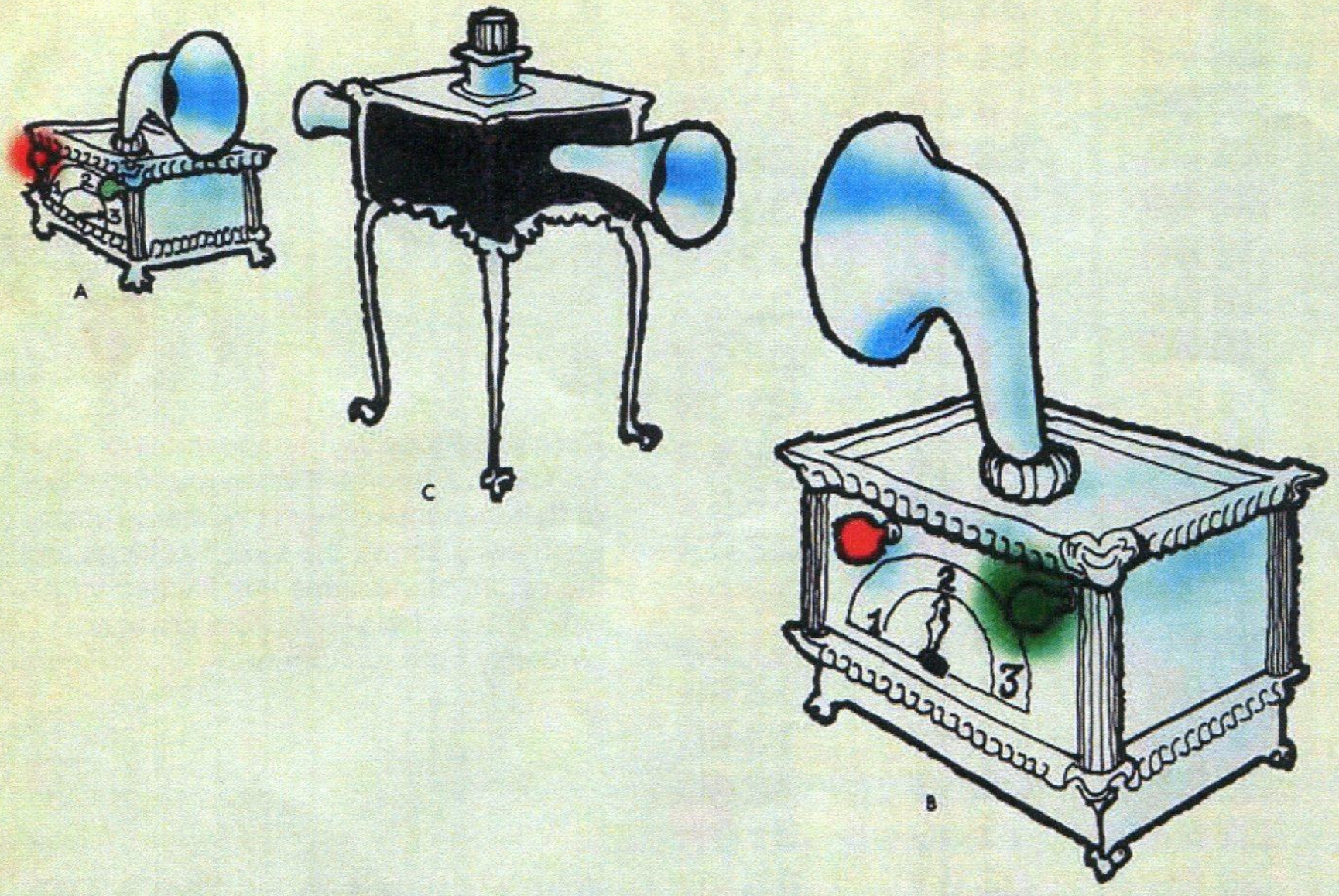


Fig. 3. Possible refinement of the device. The box is embedded in a wall tht cuts off one detector from the other. Subsidiary detectors confirm the passage of the particles to the main detectors.



Physics Today April, 38(1985) by N. David Mermin


A
C
B
1
2
3

33 GG	12 GG	22 RR
21 GR	21 GR	11 RR
21 RR	33 GG	21 GR
22 RR	21 RR	21 RR
33 GG	12 GR	23 GG
11 GG	22 RR	32 GR
23 RR	13 RG	33 RR
32 GR	12 RG	33 GG
12 GR	23 GG	33 GG
12 RG	11 GG	23 GR
11 GG	13 RG	21 GR
31 RG	21 RG	12 RR
12 RG	33 RR	32 GR
13 GR	32 GR	32 GR
22 GG	32 GG	33 GG
12 RG	33 GG	31 RG
12 GR	21 RR	13 RR
22 GG	12 RG	13 RG
23 GR	22 GG	32 RG
33 RR	11 GG	31 GR
33 GG	23 GR	23 RR
31 RG	22 RR	33 RR
31 RR	11 GG	13 GR
33 RR	32 GR	11 GG

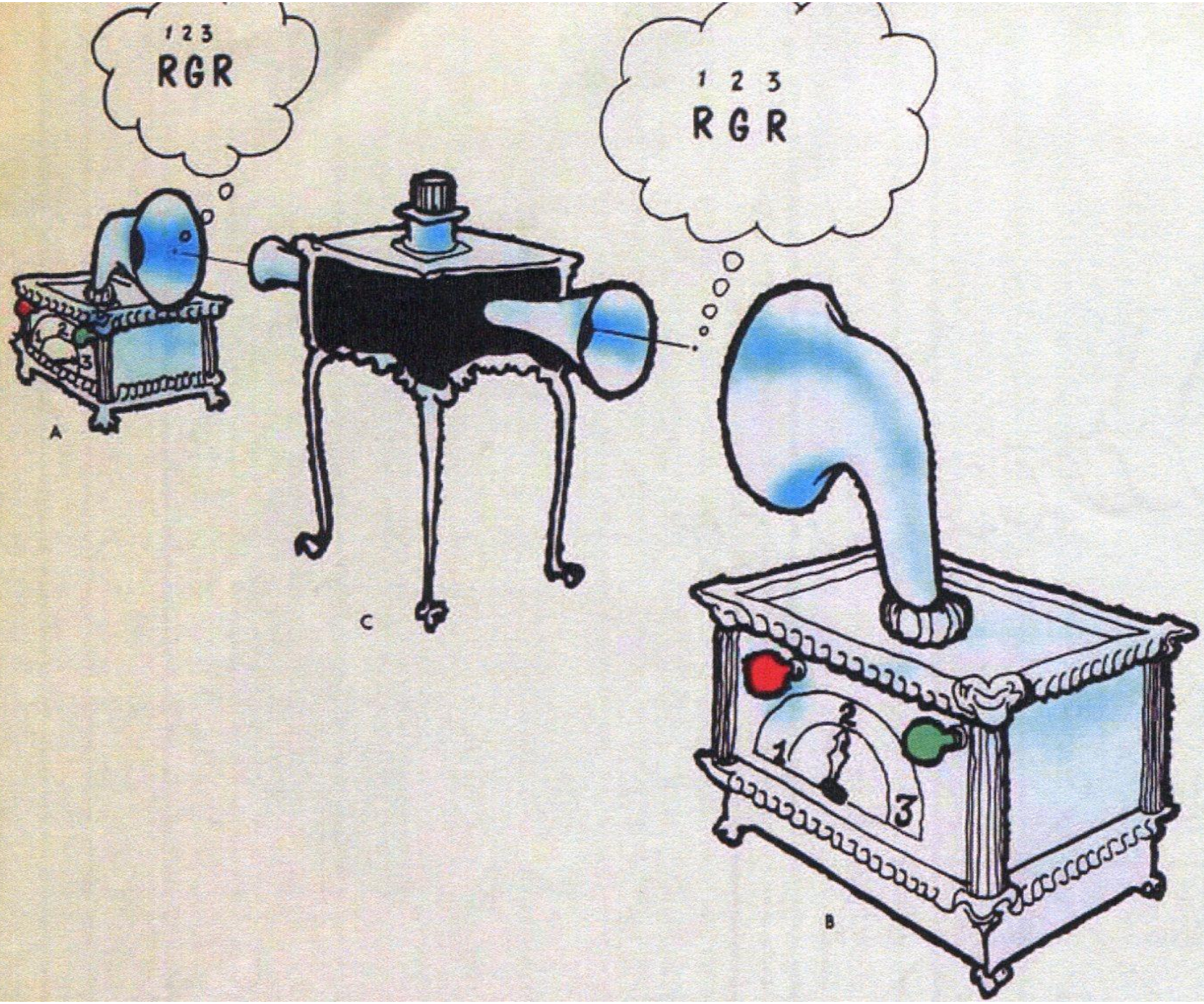
33GG	12GG	22RR
21GR	21GR	11RR
21RR	33GG	21GR
22RR	21RR	21RR
33GG	12GR	23GG
11GG	22RR	32GR
23RR	13RG	33RR
32GR	12RG	33GG
12GR	23GG	33GG
12RG	11GG	23GR
11GG	13RG	21GR
31RG	21RG	12RR
12RG	33RR	32GR
13GR	32GR	32GR
22GG	32GG	33GG
12RG	33GG	31RG
12GR	21RR	13RR
22GG	12RG	13RG
23GR	22GG	32RG
33RR	11GG	31GR
33GG	23GR	23RR

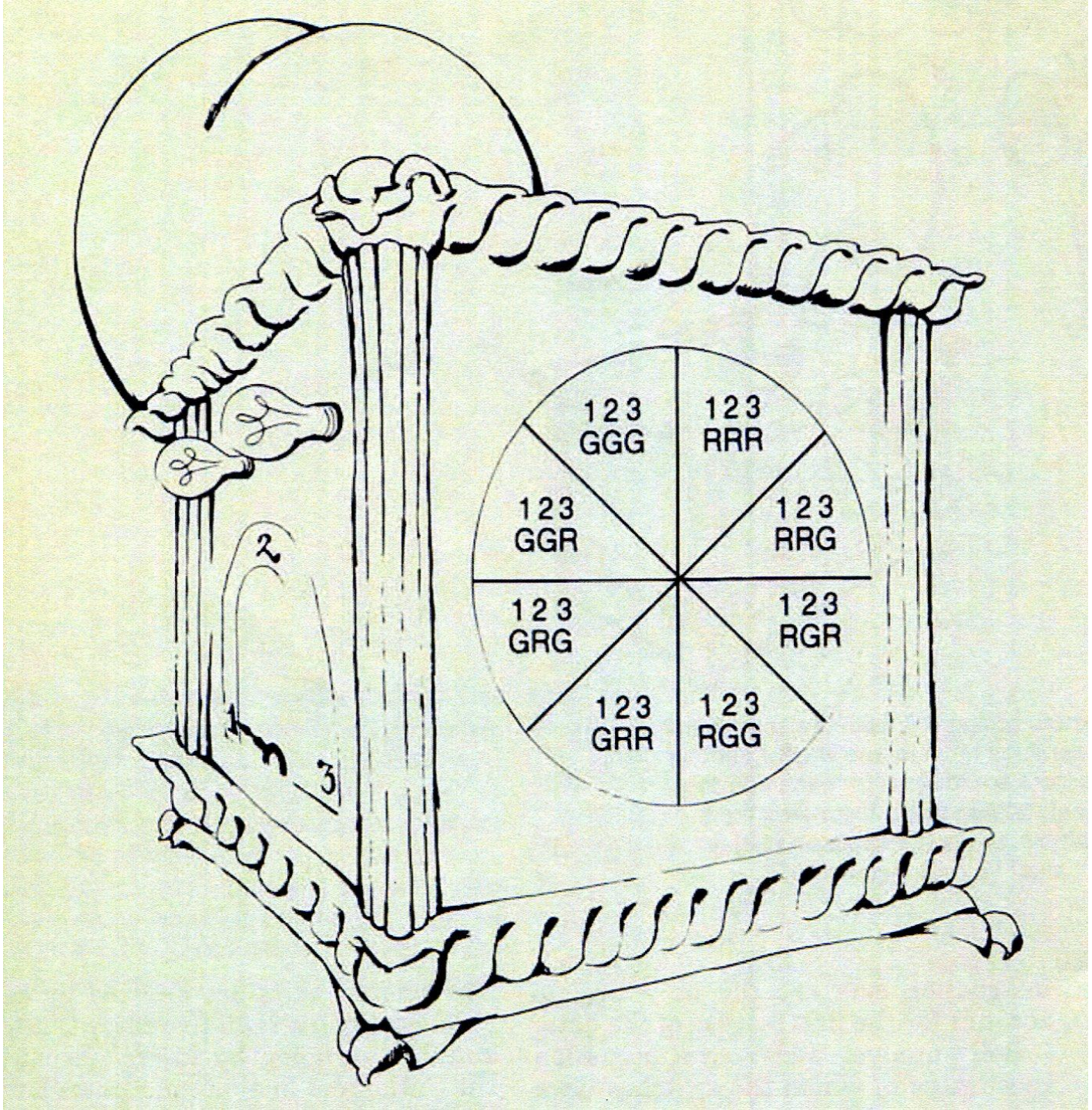
21GR 21GR 11RR
21RR 33GG 21GR
22RR 21RR 21RR
33GG 13GR 23GG
11GG 22RR 32GR
23RR 13RG 33RR
32GR 12RG 33GG
12GR 23GG 33GG
12RG 11GG 23GR
11GG 13RG 21GR
31RG 21RG 12RR
12RG 33RR 32GR
13GR 32GR 32GR
22GG 32GG 33GG
12RG 33GG 31RG
12GR 21RR 13RR
22GG 12RG 13RG
23GR 22GG 32RG
33RR 11GG 31GR
33GG 23GR 23RR

▶ If one examines only those runs in which the switches have the same setting (figure 4), then one finds that the lights always flash the same colors.

▶ If one examines all runs, without any regard to how the switches are set (figure 5), then one finds that the pattern of flashing is completely random. In particular, half the time the lights flash the same colors, and half the time different colors.

That is all there is to the *gedanken* demonstration.


1 2 3
R G R
1 2 3
R G R
A
C
B

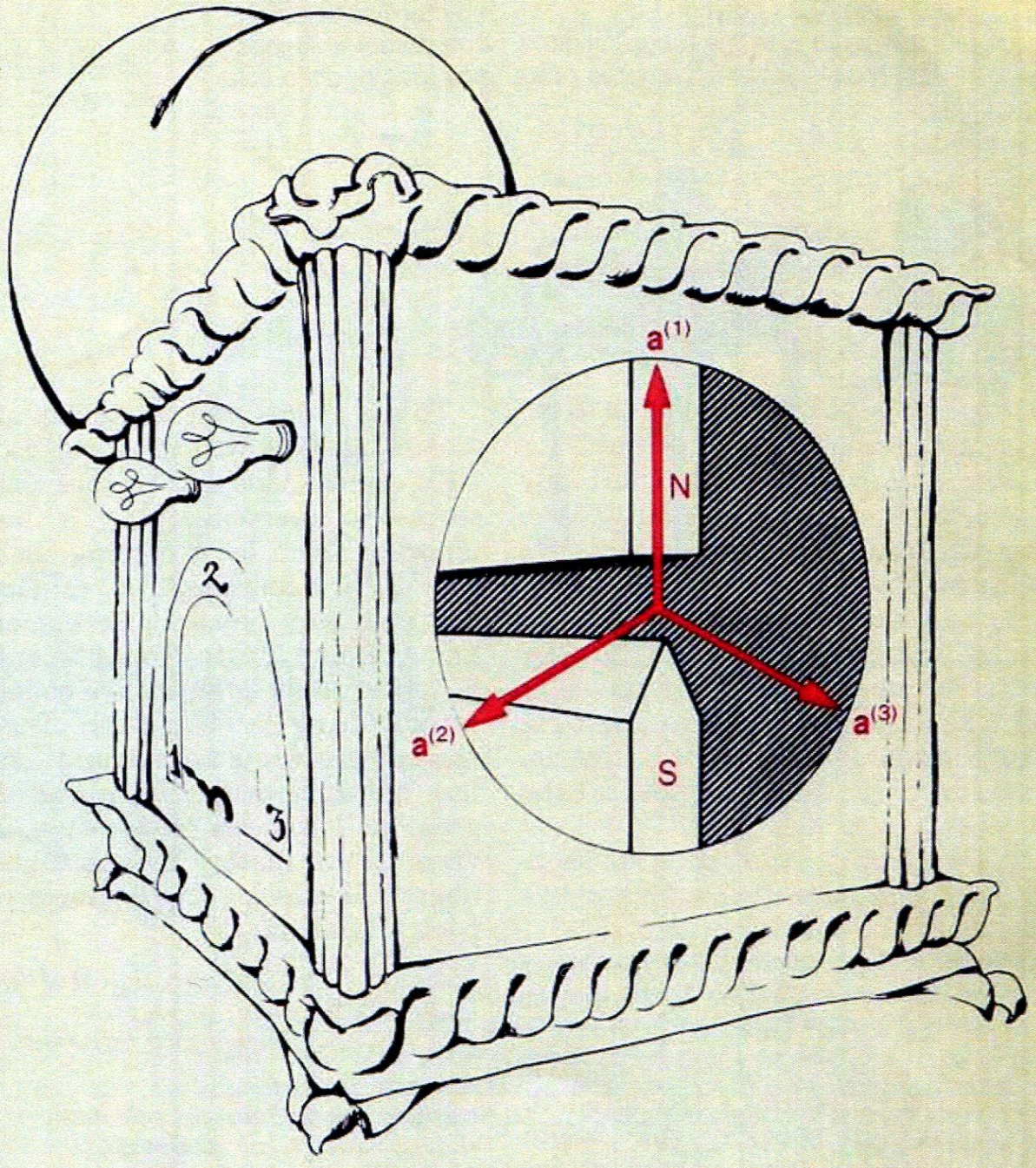

123
GGG
123
RRR
123
GGR
123
RRG
123
GRG
123
RGR
123
GRR
123
RGG
2
1
3

Consider a particular instruction set, for example, RRG. Should both particles be issued the instruction set RRG, then the detectors will flash the same colors when the switches are set to 11, 22, 33, 12, or 21; they will flash different colors for 13, 31, 23, or 32. Because the switches at each detector are set randomly and independently, each of these nine cases is equally likely, so the instruction set RRG will result in the same colors flashing $^5/_9$ of the time.

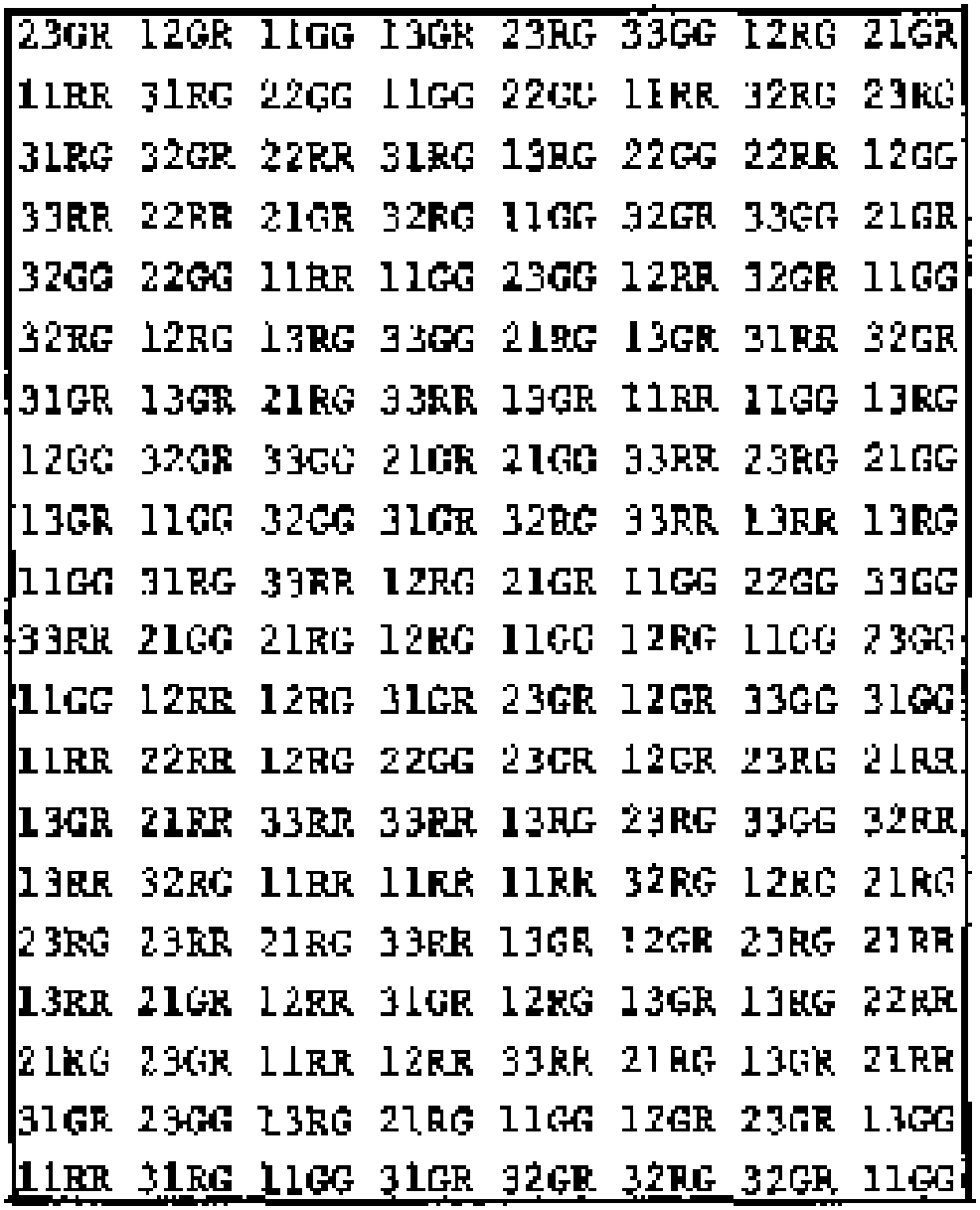
Evidently the same conclusion holds for the sets RGR, GRR, GGR, GRG and RGG, because the argument uses only the fact that one color appears twice and the other once. All six such instructions sets also result in the same colors flashing $^5/_9$ of the time.

But the only instruction sets left are RRR and GGG, and these each result in the same colors flashing *all* of the time.

Therefore if instruction sets exist, the same colors will flash in at least $^5/_9$ of all the runs, regardless of how the instruction sets are distributed from one run of the demonstration to the next. This is Bell's theorem (also known as Bell's inequality) for the *gedanken* demonstration.


a(1)
N
a(2)
a(3)
S
2
1
3

direction—feature number 1. But if the polarizations are measured at 120° angles, then theory predicts (and experiment confirms) that they will be the same only a quarter of the time [$\frac{1}{4} = \cos^2(120°)$]. This is precisely what is needed to produce the statistics of feature number 2 of the *gedanken* demonstration: The randomly set switches end up with the same setting (same polarizations measured) $\frac{1}{3}$ of the time, so in all runs the same colors will flash $\frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times (\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$ the time.



23GR	12GR	11GG	13GR	23RG	33GG	12RG	21GR
11RR	31RG	22GG	11GG	22GG	11RR	32RG	23RG
31RG	32GR	22RR	31RG	13RG	22GG	22RR	12GG
33RR	22RR	21GR	32RG	11GG	32GR	33GG	21GR
32GG	22GG	11RR	11GG	23GG	12RR	32GR	11GG
32RG	12RG	13RG	33GG	21RG	13GR	31RR	32GR
31GR	13GR	21RG	33RR	13GR	11RR	11GG	13RG
12GG	32GR	33GG	21GR	21GG	33RR	23RG	21GG
13GR	11GG	32GG	31GR	32RG	33RR	13RR	13RG
11GG	31RG	33RR	12RG	21GR	11GG	22GG	33GG
33RR	21GG	21RG	12RG	11GG	12RG	11GG	23GG
11GG	12RR	12RG	31GR	23GR	12GR	33GG	31GG
11RR	22RR	12RG	22GG	23GR	12GR	23RG	21RR
13GR	21RR	33RR	33RR	13RG	23RG	33GG	32RR
13RR	32RG	11RR	11RR	11RR	32RG	12RG	21RG
23RG	23RR	21RG	33RR	13GR	12GR	23RG	21RR
13RR	21GR	12RR	31GR	12RG	13GR	13RG	22RR
21RG	23GR	11RR	12RR	33RR	21RG	13GR	21RR
31GR	23GG	13RG	21RG	11GG	12GR	23GR	13GG
11RR	31RG	11GG	31GR	32GR	32RG	32GR	11GG

Fig. 4. Fragment of a page of a volume from the set of notebooks recording a long series of runs.

Case (a). In those runs in which each switch ends up with the same setting (11, 22, or 33) both detectors always flash the same color: *RR* and *GG* occur with equal frequency; *RG* and *GR* never occur.

Case (b). In those runs in which the switches end up with different settings (12, 13, 21, 23, 31, or 32) both detectors flash the same color only a quarter of the time (*RR* and *GG* occurring with equal frequency); the other three quarters of the time the detectors flash different colors (*RG* and *GR* occurring with equal frequency).

There is, however, a very simple way to explain the results in case (a). We need only suppose that some property of each particle (such as its speed, size, or shape) determines the color its detector will flash for each of the three switch positions. What that property is does not matter; it is enough that the various states or conditions of each particle can be divided into eight types: *RRR*, *RRG*, *RGR*, *RGG*, *GRR*, *GRG*, *GGR*, and *GGG*. A particle whose state is of type *RGG*, for example, will always cause its detector to flash red for setting 1 of the switch, green for setting 2, and green for setting 3; a particle in a state of type *GGG* will cause its detector to flash green for any setting of the switch; and so on. The eight types encompass all possible cases. The de-

The absence of RG or GR when the two switches have the same settings can then be simply explained by assuming that the two particles produced in a given run carry identical instruction sets. Thus if both particles in a run are in states of type RRG, then both detectors will flash red if both switches are set to 1 or 2, and both will flash green if both switches are set to 3. The detectors flash the same colors when the switches have the same settings because the particles carry the same instructions.

This hypothesis, that the particles in a run carry identical instruction sets, is the obvious way to account for what happens in case (a). It cannot be proved that there is no other way, but I challenge the reader to suggest any.

Consider now a run of type (b). Even after the run is over, we can never know what the full instruction sets were, since the data only reveal the colors assigned to two of the three settings. We can nevertheless draw important conclusions about type (b) runs by examining all possible instruction sets. Suppose both particles were produced with instruction sets *RRG*. Then out of the six possible settings of type (b) only 12 and 21 will result in both detectors flashing the same color (red); 13, 31, 23, and 32 will all result in one red light and one green. Both detectors will therefore flash the same color for two of the six possible case (b) switch settings. Since the switch settings are completely random, the various case (b) settings occur with equal frequency. Thus both detectors will flash the same color in a third of those case (b) runs in which the particles carry the instruction sets *RRG*.

The same is true for case (b) runs where the instruction set is *RGR*, *GRR*, *GGR*, *GRG*, or *RGG*, since the conclusion rests only on the fact that one color appears in the instruction set once and the other color, twice. In a third of the case (b) runs in which the particles carry these instruction sets, the detectors will flash the same color.

The only remaining instruction sets are *RRR* and *GGG;* for these, both detectors will obviously flash the same color in every case (b) run

Thus regardless of how the instruction sets are distributed among different runs, in the runs of type (b) both detectors must flash the same color at least a third of the time. (The same color will flash more than a third of the time unless the instruction sets *RRR* and *GGG* never occur.) As stated at the end of Sec. I, however, when the device actually operates the same color is flashed only a quarter of the time when the switches have different settings.

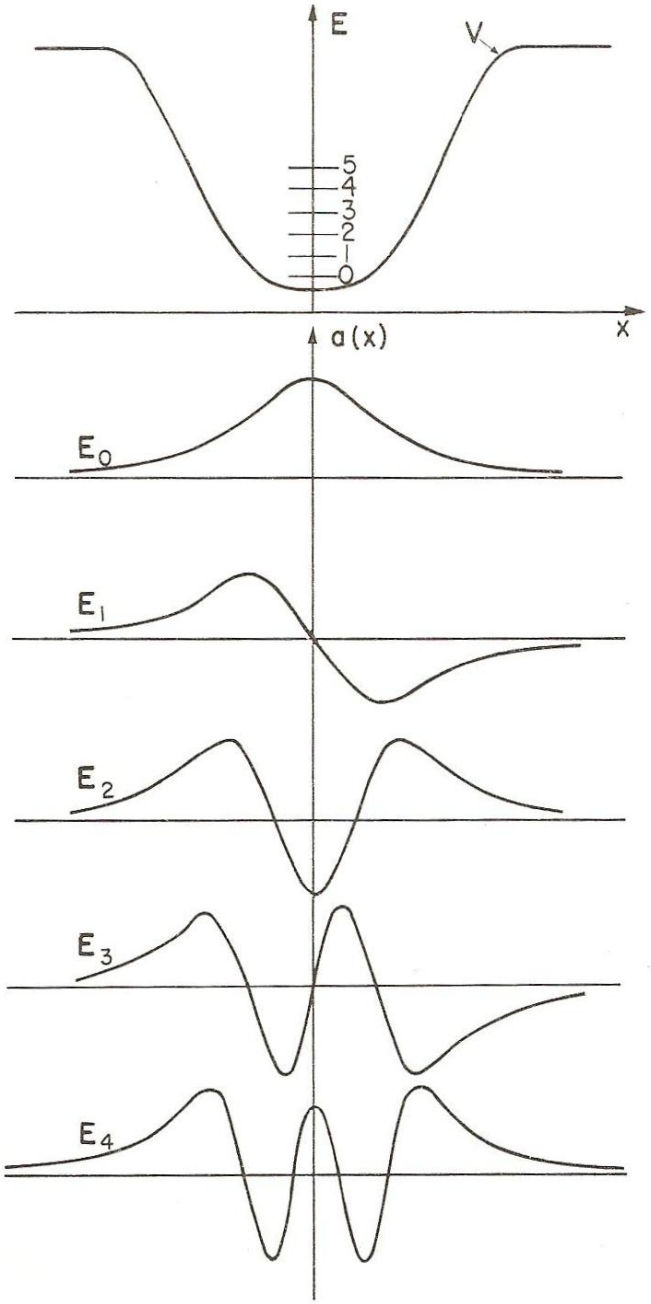
The observed facts in case (b) are thus incompatible with our explanation of the observed facts in case (a), and we are left with the profound problem of how else to account for them. This is the conundrum posed by the device: there is no other obvious explanation for why the same colors always flash when the switches are set the same.

APPENDIX: INSIDE THE BLACK BOXES

The device exploits Bohm's version[7] of the Einstein–Podolsky–Rosen experiment. The two particles emerging from the box are spin-$\frac{1}{2}$ particles in the singlet state. The two detectors contain Stern–Gerlach magnets, and the three switch positions determine whether the orientations of the magnets are vertical or at $\pm 120°$ to the vertical in the plane perpendicular to the line of flight of the particles. When the switches have the same settings the magnets have the same orientation. One detector flashes red or green according to whether the measured spin is along or opposite to the field; the other uses the opposite color convention. Thus when the same colors flash the measured spin components are different.

It is a well-known elementary result that when the orientations of the magnets differ by an angle θ, then the probability of spin measurements of each particle yielding opposite values is $\cos^2(\frac{1}{2}\theta)$. This probability is unity when

$\theta = 0$ [case (a)] and $1/4$ when $\theta = \pm 120°$ [case(b)].


E
V
5
4
3
2
1
0
x
a(x)
E0
E1
E2
E3
E4

$$\Delta\psi + 8\pi^2 m(E - V)\psi / h^2 = 0$$

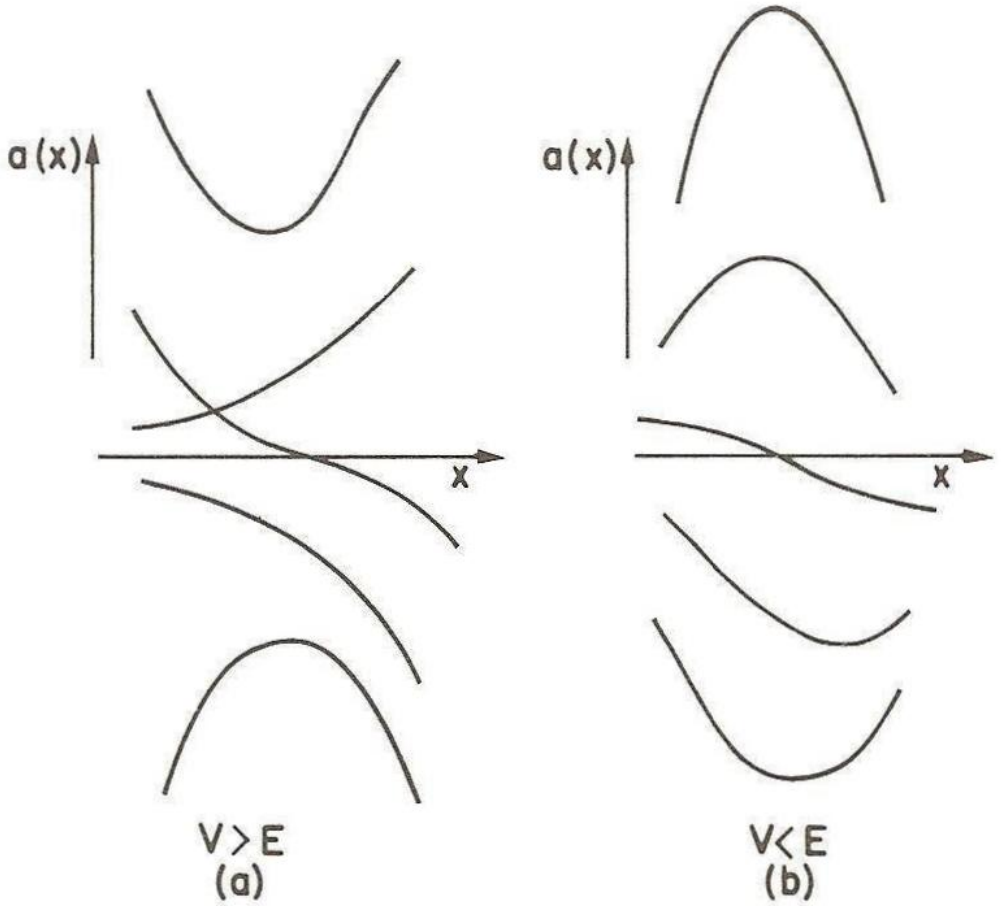


Fig. 16–4. Possible shapes of the wave function $a(x)$ for $V > E$ and for $V < E$.

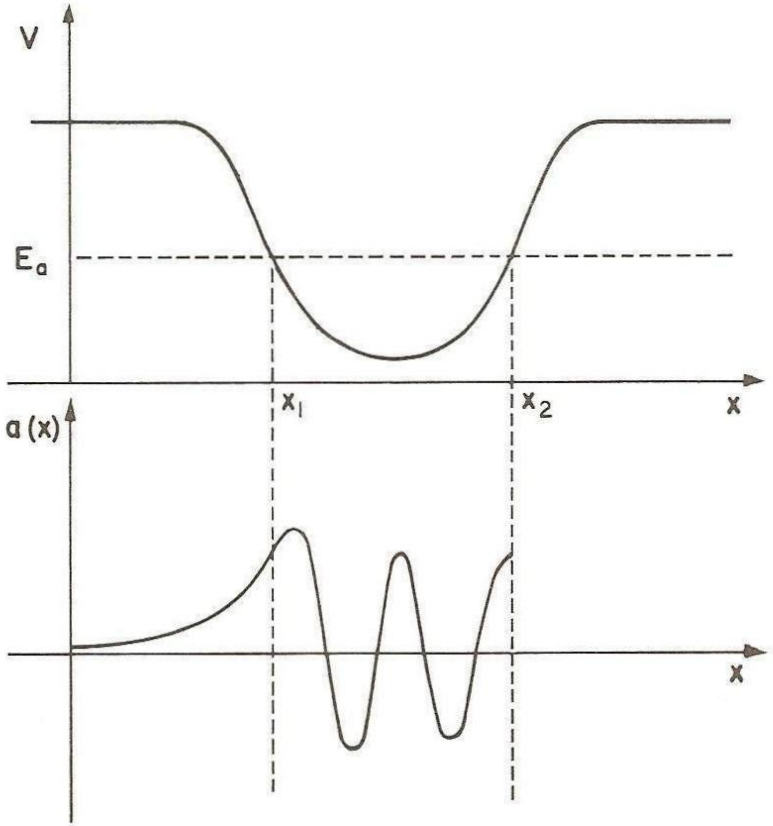


Fig. 16–5. A wave function for the energy E_a which goes to zero for negative x.

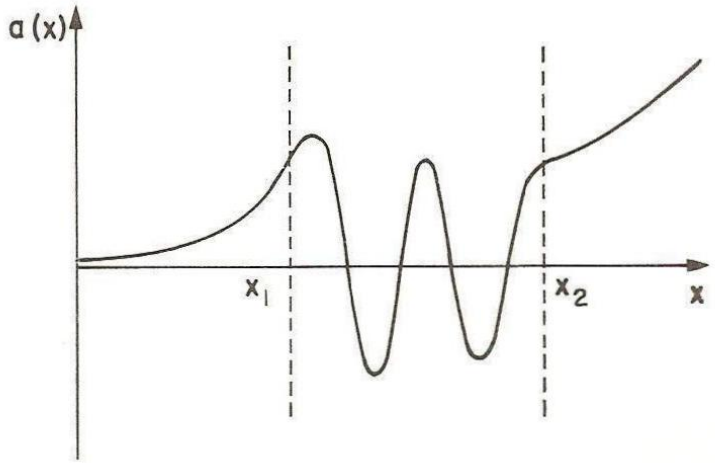
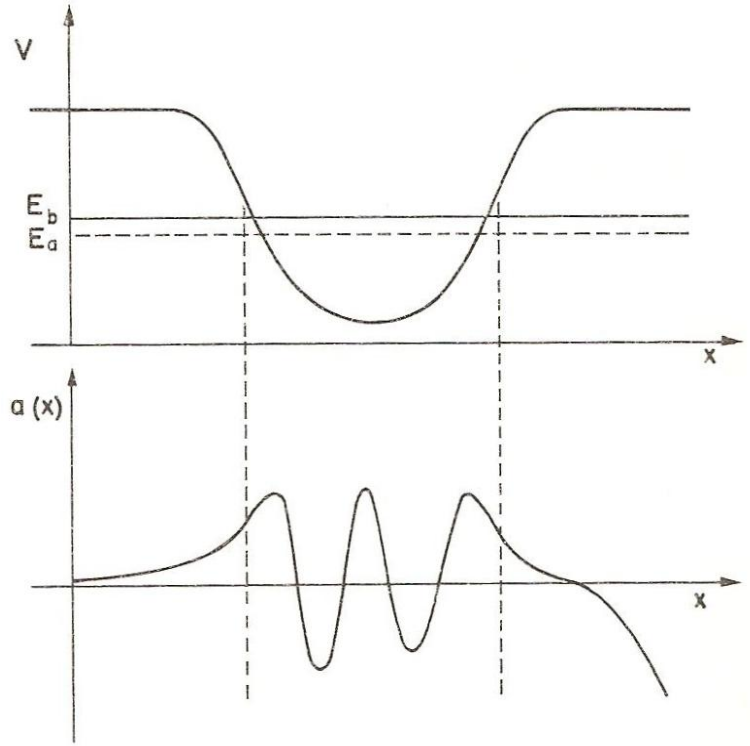


Fig. 16–6. The wave function $a(x)$ of

F



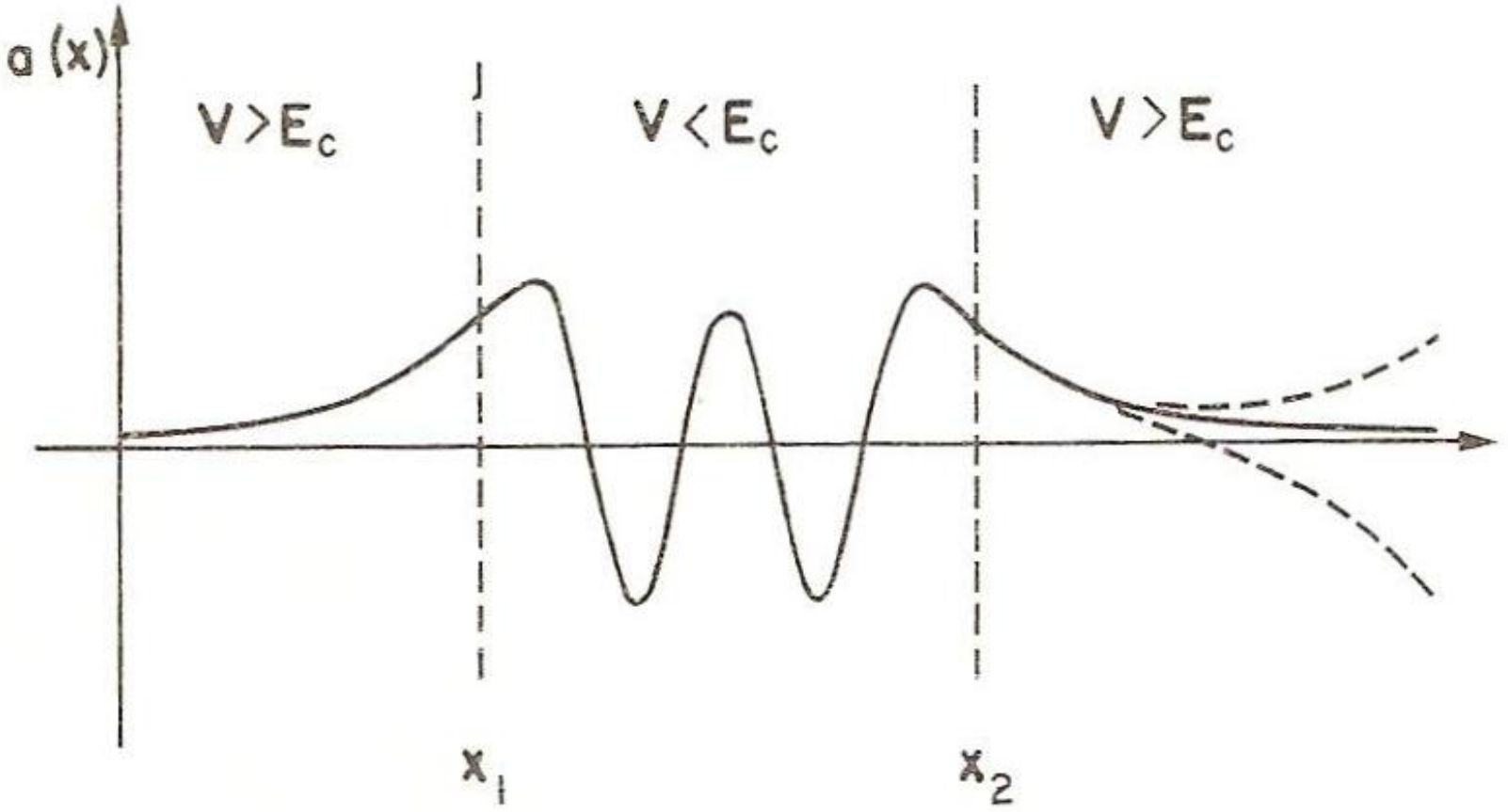


Fig. 16–8. A wave function for the energy E_c between E_a and E_b.



撰文／高涌泉

理查・羅逖與「不影響考生作答」

如果有人在台灣宣揚羅逖提倡的實用主義，大約不會遇上任何阻力，
因為我們實在很熟悉「信念是依狀況而定的」這回事。

名哲學家理查・羅逖（Richard Rorty）於6月初過世了，享年75歲。《紐約時報》的訃聞說羅逖「在哲學、政治、文學理論等領域上的創見，使他成為世界上最具影響的當代思想家之一」，其他哲學家也用「最能以新觀點、新眼光、新理論來挑戰其同僚」、「勇敢、挑釁、令人興奮、富想像力、但又讓人極傷腦筋」之類的讚詞來追悼他。

我見過這位名人一回，那是在十多年前。那時羅逖訪問台灣，到台大哲學系演講，我恰好路過講廳，好奇地進去旁聽了一會。我一入門，即看到有趣的景象：白髮的羅逖穿西裝戴眼鏡坐在講廳前方的桌子後頭，手拿講稿，一字一句面向聽眾細聲誦讀；聽眾大半是看起來還有些青澀的學生，他們坐在講廳中間一排排的桌子旁，人人低頭用心做筆記，沒能正眼瞧羅逖。嘿，這樣好像不是領略哲學大師風範最好的方式吧！

我其實是在後來所謂的「科學戰爭」這場學術界風暴中，才開始認識羅逖「讓人極傷腦筋」的立場與文采。羅逖的哲學對手鄧奈特（Daniel Dennett）在悼文中講述了兩人的一段對話，非常傳神地點出了羅逖為何會在哲學家中獨樹一幟：「我（鄧奈特）說我非常在意科學家是否尊敬我，我認為將哲學議題以科學家能夠理解與欣賞的方式解釋給他們聽，是很重要的事。羅逖說他一點也不在乎科學家如何看待他的工作，他渴求的是詩人的注目與敬意。」

就哲學立場而論，羅逖所信仰的是實用主義，所仰慕的英雄是實用主義哲學家杜威（John Dewey）。實用主義者不承認有放諸四海皆準的原則可以幫我們判定何謂「真理」、何謂「善」，因此他們不會浪費時間去關心真理、善、或神的本質究竟為何的問題。對於羅逖來說，像「$E=mc^2$」、「2＋2＝4」之類的敘述都是真的，也是有用的，但是我們不必去追究這類陳述是不是對應到某個「實在」的某種固有性質。簡單的講，羅逖厭惡形上學。

自柏拉圖以來，西方哲學家所關注的問題就是真實與表象之間、發明與發現之間、相對與絕對之間、科學與非科學之間有何分野；羅逖受杜威的影響，不相信這些探索有什麼意義。如此的立場當然令主流哲學家「極傷腦筋」，也讓羅逖捲入了科學戰爭，與物理學家溫伯格（Steven Weinberg）辯論起來。羅逖的確認為我們的信念是「依狀況而定的」，沒有必然的對或錯可言，不過他拒絕因此被戴上「相對主義者」的帽子。

羅逖在美國提倡實用主義，之所以會引起爭議，原因在於普遍真理與理性等概念在西方社會有深厚的傳統。可是如果有人在台灣宣揚羅逖的理念，大約不會遇上任何阻力，因為我們實在很熟悉「信念是依狀況而定的」這回事。我最近看到一件精彩的例子，清楚地呈現了實用主義在台灣的主宰地位，值得在此一提：

今年第一次國中基測自然科第28題是：「蓉蓉發明一艘可以光速行進的太空船。已知有四顆星球與地球的距離分別為：超人星25光年，凱蒂星1.7光年，寶貝星2.2天文單位，小咪星1.3天文單位。若蓉蓉欲搭光速太空船從地球出發前往上述星球，則1小時之內可到達的星球有哪些？（光年：光走一年的距離；天文單位：地球到太陽的距離，約為光走500秒的距離）」

國中基測推動工作委員會所公佈的答案是寶貝星與小咪星（大家稍微想一下就可了解為何如此），可惜這個答案是錯的！因為如果蓉蓉真的能夠以光速前進，依據狹義相對論，四顆星球皆可以在一瞬間（以蓉蓉太空船內的鐘為準）抵達。顯然出題者忽略了愛因斯坦的理論。有人將此事告知該單位，沒想到他們回答說，本題雖有「不周延之處，但不影響考生作答」，所以無須更正答案，亦即他們假設國中生不懂相對論！換句話說，本題的答案得看答題者是誰而定，完全符合實用主義的精神。 SA

高涌泉　台灣大學物理系教授